



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Faculdade de Engenharia Mecânica

**JÉSSICA LEONEL GONÇALVES**

**Estudo Numérico das Ondas de Pressão e  
Fração de vazio em Escoamento Horizontal  
Bifásico Transiente no Padrão Intermitente  
utilizando Um Modelo de Seguimento de Pistões**

CAMPINAS

2016

JÉSSICA LEONEL GONÇALVES

**Estudo Numérico das Ondas de Pressão e  
Fração de Vazio em Escoamento Horizontal  
Bifásico Transiente no Padrão Intermitente  
utilizando Um Modelo de Seguimento de Pistões**

Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade  
de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual  
de Campinas como parte dos requisitos exigidos  
para obtenção do título de Mestre em Engenharia  
Mecânica, na Área de Térmica e Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO  
FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELA  
ALUNA JÉSSICA LEONEL GONÇALVES  
E ORIENTADA PELO PROF. DR.  
RICARDO AUGUSTO MAZZA

  
ASSINATURA DO ORIENTADOR

CAMPINAS

2016

Ficha catalográfica  
Universidade Estadual de Campinas  
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura  
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

G586e      Gonçalves, Jéssica Leonel, 1991-  
Estudo numérico das ondas de pressão e fração de vazio em escoamento horizontal bifásico transiente no padrão intermitente utilizando um modelo de seguimento de pistões / Jéssica Leonel Gonçalves. – Campinas, SP : [s.n.], 2016.

Orientador: Ricardo Augusto Mazza.  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica.

1. Escoamento bifásico. 2. Escoamento intermitente. 3. Seguimentos de pistões. I. Mazza, Ricardo Augusto, 1969-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Mecânica. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

**Título em outro idioma:** Numerical study of pressure and void fraction waves in a transient two-phase horizontal slug flow using slug tracking model

**Palavras-chave em inglês:**

Two-phase flow

Slug flow

Slug tracking

**Área de concentração:** Térmica e Fluídos

**Titulação:** Mestra em Engenharia Mecânica

**Banca examinadora:**

Ricardo Augusto Mazza [Orientador]

Marcelo Souza de Castro

Gherhardt Ribatski

**Data de defesa:** 14-10-2016

**Programa de Pós-Graduação:** Engenharia Mecânica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA**

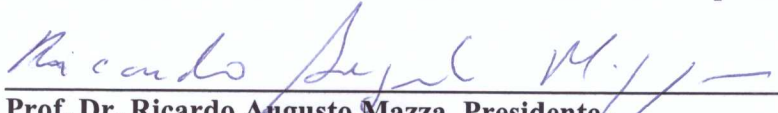
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO**

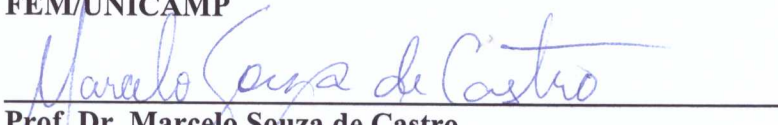
**Estudo Numérico das Ondas de Pressão e  
Fração de Vazio em Escoamento Horizontal  
Bifásico Transiente no Padrão Intermitente  
utilizando Um Modelo de Seguimento de Pistões**

Autor: Jéssica Leonel Gonçalves

Orientador: Ricardo Augusto Mazza

A Banca Examinadora composta pelos membros abaixo aprovou esta Dissertação:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Ricardo Augusto Mazza, Presidente  
FEM/UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marcelo Souza de Castro  
FEM/UNICAMP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gherhardt Ribatski  
EESC/USP

Campinas, 14 de outubro de 2016.

*Aos meu pais, Joracy e Maria Inês.*

*À minha irmã, Gabrielle.*

*Ao meu namorado, Jhonas.*

## **Agradecimentos**

Aos meus pais, Joracy e Maria Inês, e à minha irmã, Gabrielle, pelo carinho, apoio, incentivo e dedicação durante todos os momentos da minha vida.

Ao meu namorado, Jhonas, pelo amor, companheirismo e compreensão durante todo este período.

Ao meu orientador, Ricardo Augusto Mazza, pela oportunidade concedida e pelos ensinamentos passados durante este dois anos.

Ao meu amigo, Jonathan, pela convivência, companhia e anos de amizade.

Aos amigos do departamento de energia da FEM, em especial Eduardo, Lucas, Maikon, Mariana, Max e Nathan, pelas discussões, aprendizados e por terem tornado esse período mais amigável.

Ao CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), pelo apoio financeiro.

*“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”*

Charles Chaplin

## Resumo

O escoamento em golfadas é o padrão mais importante dos escoamentos bifásicos devido a sua ocorrência em uma ampla faixa de vazões de líquido e gás. Além disso, por ser o padrão golfadas caracterizado por uma sucessão de pistões de líquido seguidos por bolhas alongadas de gás, todos os padrões bifásicos podem ser reconhecidos nele. Também, o padrão golfadas está presente em muitos equipamentos industriais utilizados em atividades com grande interesse econômico. E, em muitas das aplicações industriais, há a necessidade de se aumentar ou diminuir a vazão volumétrica de uma das fases, o que gera uma onda de pressão e de fração de vazio. Conhecer o comportamento da propagação dessas ondas é de suma importância na avaliação do desempenho dos equipamentos. Esse trabalho utiliza um modelo de seguimento dinâmico de bolhas e pistões, conhecido como *slug tracking*, para estudar o comportamento dessas ondas. O modelo escolhido para o estudo foi o proposto por Rosa *et al.* (2015) por ser um modelo que considera os efeitos de compressibilidade do escoamento, entre outros termos. O estudo numérico é realizado através do escoamento ao longo de um duto horizontal com diâmetro interno de 0,026 m e comprimento de 22,256 m, e os fluidos utilizados foram ar e água. A capacidade de previsão do modelo para a velocidade de propagação da onda de pressão é fortemente influenciada pela condição de contorno, principalmente pelo tempo necessário para que a vazão do novo estado de regime permanente seja atingida na entrada da tubulação. Uma metodologia para se avaliar esse tempo é proposta baseado na constante de amortecimento da oscilação em um sistema tipo massa-mola-amortecedor. Os resultados numéricos foram confrontados com dados experimentais publicados por Dalla Maria (2016). O modelo captura as principais características da onda de pressão e de fração de vazio, desde que a condição de entrada respeite o tempo necessário para se atingir o novo estado de regime permanente determinado pela constante de amortecimento.

*Palavras-chave:* escoamento bifásico, escoamento intermitente, *slug tracking*, transiente, onda de pressão, onda de fração de vazio.



## Abstract

The slug flow is the most important two-phase flow pattern because it occurs in a wide range of gas and liquid volumetric flow rates. Also, because the slug flow pattern is characterized by a succession of aerated liquid pistons trailed by a long gas bubble along the pipe, all the two-phase patterns can be recognized in it. Furthermore, the slug flow pattern is present in many industrial equipment used in industrial activities with great economic interest. As, many industrial applications require an increase or decrease in either the gas or the liquid flow rate, which generate the void fraction and pressure waves. The void fraction and pressure wave propagation studies are very important in the equipment's performance evaluation. This work uses a slug tracking model proposed by Rosa *et al.* (2015) to study the behavior of these waves. This model was chosen because the flow compressibility is considered among other effects. The studies were conducted on a horizontal pipe with 26 mm ID and 22.256 m long and the working fluids were air and water. The inlet boundary condition has great influence in the model's calculation capability for the pressure wave velocity, mainly as to how much time is needed for the new steady state regimen needs for to be achieved at inlet. One methodology to assess this time is proposed based in the damping ratio for a mass-spring-damper free vibration system. The numerical results were compared with the experimental data published by Dalla Maria (2016). The model captures the main characteristics of the void fraction and of the pressure wave only if the inlet boundary condition allows the necessary time for the new steady state regimen to be established, which is determined by the damping ratio.

**Keywords:** two-phase flow, slug flow, slug tracking, transient, pressure wave, void fraction wave.

## Lista de Ilustrações

Figura 1.1 – Padrões de escoamento bifásico gás líquido horizontal. ....	22
Figura 1.2 – Representação da disposição das estruturas no escoamento em golfadas. ....	22
Figura 1.3 – Representação das variáveis de uma célula unitária.....	23
Figura 3.1 – Representação das propriedades, posição e identificação das células. Fonte: Adaptada de Rosa <i>et al.</i> 2015.....	40
Figura 3.2 – Representação do volume de controle com os fluxos de massa de líquido e gás nas fronteiras.....	41
Figura 3.3 – Volume de controle limitado pelas fronteiras $x^{j-1}$ e $y^j$ . ....	47
Figura 3.4 – Tela referente ao arquivo SalvaSlug.dat.....	62
Figura 3.5 – Tela referente ao arquivo CondInicial.dat (Condição de contorno periódica). ....	62
Figura 4.1 – Cond.Inicial.dat periódica para o Teste #1 na região da transição entre os estados permanentes. ....	66
Figura 4.2 – Comparação da variação temporal da velocidade superficial do gás no Teste #1 entre as condições de contorno periódica com e sem rampa, CPR e CP, respectivamente. ....	69
Figura 4.3 - Cond.Inicial.dat aleatória para o Teste #1 na região da transição entre os estados permanentes.....	72
Figura 4.4 – Configuração geométrica da tubulação. ....	74
Figura 4.5 – Processo de média de conjunto da fração de vazio correspondente a E#1 para o Teste #1. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos .....	76
Figura 4.6 - Processo de média de conjunto da pressão correspondente a E#1 para o Teste #1. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos.....	76
Figura 4.7 – Processo de média de conjunto da fração de vazio correspondente a E#1 para o Teste #3. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos .....	77
Figura 4.8 - Processo de média de conjunto da pressão correspondente a E#1 para o Teste #3. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos.....	78

Figura 4.9 – Representação esquemática do critério de definição do instante em que a onda alcança a estação. (a) onda de fração de vazio e (b) onda de pressão para E#2 do Teste #1 para a condição de contorno periódica (CP).....	79
Figura 4.10 - Representação esquemática do critério de definição do instante em que a onda alcança a estação. (a) onda de fração de vazio na E#2 para o Teste #3 e (b) onda de pressão para E#2 do Teste #4, ambos com a condição de contorno aleatória (CA). ....	80
Figura 5.1 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #1. Fonte: Dalla Maria (2016).....	82
Figura 5.2 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #2. Fonte: Dalla Maria (2016).....	83
Figura 5.3 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #3. Fonte: Dalla Maria (2016).....	84
Figura 5.4 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #4. Fonte: Dalla Maria (2016).....	85
Figura 5.5 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #1 com condição de contorno periódica. ....	88
Figura 5.6 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #2 com condição de contorno periódica. ....	90
Figura 5.7 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #3 com condição de contorno periódica. ....	91
Figura 5.8 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #4 com condição de contorno periódica. ....	93

Figura 5.9 - Comparação da velocidade de propagação da onda de fração de vazio (a) e da onda de pressão (b) calculada através do modelo <i>slug tracking</i> com condição de contorno periódica (linha contínua) e dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) (pontos dispersos). .....	96
Figura 5.10 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #1 na condição periódica sem rampa e com rampas de 6, 9 e 16s.....	99
Figura 5.11 – Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #1.....	100
Figura 5.12 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #1 com condição de contorno periódica com rampa de 6 s.....	101
Figura 5.13 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #2 na condição periódica sem rampa e com rampas de 5, 6 e 9s.....	102
Figura 5.14 - Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #2. ....	103
Figura 5.15 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #2 com condição de contorno periódica com rampa de 5 s. ....	104
Figura 5.16 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #3 na condição periódica sem rampa e com rampas de 6 e 9s.....	105
Figura 5.17 - Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #3. ....	106
Figura 5.18 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #3 com condição de contorno periódica com rampa de 6 s. ....	107
Figura 5.19 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #4 na condição periódica sem rampa e com rampas de 6 e 12s.....	108
Figura 5.20 - Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #4. ....	109

Figura 5.21 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #4 com condição de contorno periódica com rampa de 6 s.....	110
Figura 5.22 - Comparação da velocidade de propagação da onda de fração de vazio (a) e da onda de pressão (b) calculada através do modelo <i>slug tracking</i> com condição de contorno periódica com rampa (linha contínua) e dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) (pontos dispersos). ....	112
Figura 5.23 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #1 com condição de contorno aleatória. ....	113
Figura 5.24 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #2 com condição de contorno aleatória. ....	114
Figura 5.25 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #3 com condição de contorno aleatória. ....	115
Figura 5.26 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #4 com condição de contorno aleatória. ....	116
Figura 5.27 - Comparação da velocidade de propagação da onda de fração de vazio (a) e da onda de pressão (b) calculada através do modelo <i>slug tracking</i> com condição de contorno aleatória (linha contínua) e dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) (pontos dispersos). ....	119
Figura 5.28 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #1.....	121
Figura 5.29 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #2.....	122
Figura 5.30 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #3.....	123
Figura 5.31 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #4.....	124

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Parâmetros da velocidade de translação da bolha. ....	55
Tabela 3.2 – Parâmetros da função da esteira. Fonte: Rosa <i>et al.</i> (2015). ....	56
Tabela 4.1 – Velocidades superficiais das fases líquida e gasosa dos estados permanentes iniciais e finais dos quatro testes. ....	65
Tabela 4.2 – Propriedades dos estados permanentes dos Teste #1 ao #4. ....	67
Tabela 4.3 – Comprimentos médio adimensional ....	73
Tabela 4.4 – Propriedades utilizadas na simulação ....	74
Tabela 5.1– Velocidade de propagação da onda de pressão e fração de vazio obtidos pela campanha experimental de Dalla Maria (2016) para as combinações entre as estações 2, 3 e 4. ....	86
Tabela 5.2 – Velocidade de propagação da onda de fração de vazio experimental (Dalla Maria, 2016) e numérica com condição de contorno periódica para os quatros testes. ....	95
Tabela 5.3 – Velocidade de translação da bolha obtida pela campanha experimental ....	95
Tabela 5.4 – Velocidade de propagação da onda de pressão experimental (Dalla Maria, 2016) e numérica com condição de contorno periódica para os quatros testes. ....	96
Tabela 5.5 – Tempo característico para os quatro testes. ....	98
Tabela 5.6 – Tempo necessário para a onda de fração de vazio percorra todo o duto obtido através da condição de contorno periódica sem rampa. ....	98
Tabela 5.7 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 3, 6, 9 e 16s para o Teste #1. ....	99
Tabela 5.8 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 5, 6 e 9s para o Teste #2. ....	102
Tabela 5.9 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 6 e 9s para o Teste #3. ....	105
Tabela 5.10 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 6 e 12s para o Teste #4. ....	108
Tabela 5.11 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampa de 6 segundos para os Testes #1, #3 e #4 e de 5s para o Teste #2. ....	111

Tabela 5.12 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio com condição de contorno aleatória para os quatros testes. ....	118
Tabela 5.13 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #1. ....	120
Tabela 5.14 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #2. ....	121
Tabela 5.15 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #3. ....	122
Tabela 5.16 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #4. ....	123

## Lista de Abreviaturas e Siglas

### *Letras Latinas*

<b>Q</b> – Vazão volumétrica total	[m <sup>3</sup> /s]
<b>A</b> – Área transversal da seção	[m <sup>2</sup> ]
<b>A</b> – Constante de amortecimento	[N.s/m]
<b>A<sub>G</sub></b> – Área ocupada pela fase gasosa	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>Gr</sub></b> – Área ocupada pela fase gasosa na região do filme de líquido	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>GS</sub></b> – Área ocupada pela fase gasosa na região do pistão de líquido	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>L</sub></b> – Área ocupada pela fase líquida	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>Lf</sub></b> – Área ocupada pela fase líquida na região do filme de líquido	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>LS</sub></b> – Área ocupada pela fase líquida na região do pistão de líquido	[m <sup>2</sup> ]
<b>a<sub>w</sub></b> – Parâmetros adimensionais do fator de esteira	[-]
<b>b<sub>w</sub></b> – Parâmetros adimensionais do fator de esteira	[-]
<b>C<sub>p</sub></b> – Velocidade de propagação da onda de pressão	[m/s]
<b>C<sub>α</sub></b> – Velocidade de propagação da onda de fração de vazio	[m/s]
<b>C<sub>∞</sub></b> – Parâmetro de deslizamento	[-]
<b>C<sub>0</sub></b> – Parâmetro de distribuição	[-]
<b>c<sub>b</sub></b> – Parâmetro de distribuição	[-]
<b>c<sub>w</sub></b> – Parâmetros adimensionais do fator de esteira	[-]
<b>D</b> – Diâmetro da tubulação	[m]
<b>E#1</b> – Estação de medição numérica 1	[-]
<b>E#2</b> – Estação de medição numérica 2	[-]
<b>E#3</b> – Estação de medição numérica 3	[-]
<b>E<sub>o</sub></b> – Número de Eötvös	[-]
<b>f</b> – Frequência	[s <sup>-1</sup> ]
<b>F(t)</b> – Força de excitação	[N]
<b>Fr</b> – Número de Froude	[-]
<b>g</b> – Aceleração da gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
<b>h</b> – Constante de esteira	[-]
<b>h<sub>f</sub></b> – Altura do filme de líquido	[m]
<b>J</b> – Velocidade da mistura	[m/s]
<b>J<sub>G</sub></b> – Velocidade superficial do gás	[m/s]
<b>J<sub>L</sub></b> – Velocidade superficial do líquido	[m/s]
<b>k</b> – Constante da mola	[N/m]
<b>L</b> – Comprimento do duto	[m]
<b>L<sub>f</sub></b> – Comprimento da bolha alongada	[m]
<b>L<sub>S</sub></b> – Comprimento do pistão de líquido	[m]
<b>L<sub>u</sub></b> – Comprimento da unidade	[m]
<b>M</b> – Massa do sistema	[kg]



$\dot{m}_G$ - Vazão mássica da fase gasosa	[kg/s]
$\dot{m}_L$ - Vazão mássica da fase líquida	[kg/s]
$N_c$ – Número de células a serem inserida a condição de contorno	[-]
$P$ – Pressão	[kPa]
$P_G$ – Pressão do gás na bolha	[kPa]
$Q_G$ – Vazão volumétrica de gás	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_L$ – Vazão volumétrica de líquido	[m <sup>3</sup> /s]
$R$ – Constante do gás	[J/kg.K]
$Re$ – Número de Reynolds	[-]
$Re_M$ – Número de Reynolds da mistura	[-]
$R_f$ – Fração de líquido no filme de líquido	[-]
$R_s$ – Fração de líquido no pistão de líquido	[-]
$T$ – Temperatura	[K]
$t$ - Tempo	[s]
$t_c$ – Tempo necessário para que a célula percorra todo o duto	[s]
$t_D$ – Tempo desejado para a rampa	[s]
$t_R$ – Tempo de residência da onda de fração de vazio no duto	[s]
$t_u$ – Tempo de passagem de uma célula	[s]
$U_b$ – Velocidade das bolhas dispersas	[m/s]
$u_D$ – Velocidade de deslizamento das bolhas dispersas	[m/s]
$U_f$ – Velocidade do líquido no filme de líquido	[m/s]
$U_G$ – Velocidade do gás	[m/s]
$U_G$ – Velocidade local da fase gasosa	[m/s]
$U_L$ – Velocidade local da fase líquida	[m/s]
$U_M$ – Velocidade da mistura	[m/s]
$U_s$ – Velocidade do líquido no pistão	[m/s]
$U_T$ – Velocidade de translação da bolha	[m/s]
$V$ – Volume total da unidade	[m <sup>3</sup> ]
$V_f$ – Volume do filme	[m <sup>3</sup> ]
$V_{Gu}$ – Volume de gás da unidade	[m <sup>3</sup> ]
$V_s$ – Volume do pistão	[m <sup>3</sup> ]
$x^j$ – Posição da frente do pistão	[m]
$y^j$ – Posição da frente do pistão	[m]

### ***Letras Gregas***

$\alpha$ – Fração de vazio da unidade	[-]
$\alpha_f$ – Fração de vazio na região do filme de líquido	[-]
$\alpha_s$ – Fração de vazio na região do pistão de líquido	[-]
$\beta$ – Fator de intermitência	[-]
$\theta$ – Ângulo de inclinação com relação ao eixo horizontal	[°]

$\lambda$	– Ângulo interno da configuração plana do filme de líquido	[°]
$\mu_G$	– Viscosidade dinâmica da fase gasosa	[N.s/m <sup>2</sup> ]
$\mu_L$	– Viscosidade dinâmica da fase líquida	[N.s/m <sup>2</sup> ]
$\mu_M$	– Viscosidade dinâmica da mistura	[N.s/m <sup>2</sup> ]
$\xi$	– Centroide de pressão	[-]
$\rho_G$	– Massa específica da fase gasosa	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_L$	– Massa específica da fase líquida	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_M$	– Massa específica da mistura	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	– Tensão superficial	[N/m]
$\tau_f$	– Tensão cisalhante do líquido no filme de líquido	[N/m]
$\tau_G$	– Tensão cisalhante do gás no filme de líquido	[N/m]
$\tau_s$	– Tensão cisalhante no pistão de líquido	[N/m]

### Sobrescritos

<b>j</b>	– j-ésima célula
<b>N</b>	– Tempo novo
<b>O</b>	– Tempo antigo

### Subscritos

<b>f</b>	– Filme de líquido
<b>G</b>	– Gás
<b>k</b>	– Fase
<b>L</b>	– Líquido
<b>M</b>	– Mistura
<b>P</b>	– pressão
<b>S</b>	– Pistão de líquido
<b>u</b>	– Unidade
<b><math>\alpha</math></b>	– Fração de vazio

### Siglas

<b>2PFG</b>	– <i>Two-Phase Flow Group</i>
<b>CP</b>	– Condição de contorno periódica
<b>CPR</b>	– Condição de contorno periódica com rampa
<b>CA</b>	– Condição de contorno aleatória
<b>FEM</b>	– Faculdade de Engenharia Mecânica
<b>RMS</b>	– <i>Root mean square</i> ou Desvio médio quadrático
<b>UNICAMP</b>	– Universidade Estadual de Campinas

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>26</b>
2.1	Grandezas e notações do escoamento bifásico em regime de golfada.....	26
2.2	Escoamento em golfadas .....	29
2.3	Seguimento de pistões .....	31
2.4	Onda de Fração de Vazio e de Pressão .....	35
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>39</b>
3.1	Equações de conservação aplicada a uma célula .....	39
3.1.1	Conservação da massa na célula.....	41
3.1.2	Conservação da quantidade de movimento na célula.....	46
3.2	Equações de fechamento.....	52
3.2.1	Massa específica do gás, velocidade das bolhas dispersas e tensão cisalhante na parede no pistão de líquido .....	52
3.2.2	Velocidade de translação da bolha .....	54
3.2.3	Centroide de pressão.....	56
3.2.4	Variação temporal do comprimento do pistão de líquido .....	57
3.3	Modelo numérico .....	58
<b>4</b>	<b>SIMULAÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS .....</b>	<b>64</b>
4.1	Condição de contorno .....	64
4.1.1	Condição de contorno periódica .....	66
4.1.2	Condição periódica com rampa .....	68
4.1.3	Condição aleatória .....	71
4.2	Configuração da simulação.....	73
4.3	Processo de média.....	75

4.4	Determinação da velocidade da onda de fração de vazio e da onda de pressão.....	78
<b>5</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>81</b>
5.1	Configurações experimentais.....	81
5.2	Condição de contorno periódica .....	86
5.2.1	Evolução temporal das velocidades superficiais, da fração de vazio e pressão.....	86
5.2.2	Velocidade de propagação da onda de fração de vazio e da onda de pressão.....	94
5.3	Condição de contorno periódica com rampa .....	97
5.3.1	Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio: Análise das rampas .....	97
5.4	Condição de contorno aleatória .....	112
5.4.1	Evolução temporal da fração de vazio e da pressão .....	112
5.4.2	Velocidade de propagação da onda de fração de vazio e da onda de pressão.....	117
5.5	Comparação entre as simulações e os resultados experimentais .....	119
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>126</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>129</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O termo escoamento multifásico aplica-se quando mais de uma fase escoam simultaneamente, onde o termo fase refere-se ao líquido, ao gás ou sólido com fronteiras definidas por interfaces. O caso mais simples dentre os escoamentos multifásicos é o escoamento bifásico que consiste na mistura de duas fases de uma ou duas substâncias diferentes. Dentre os tipos de escoamento bifásico encontram-se: gás-líquido, gás-sólido líquido-sólido e líquido-líquido. Este trabalho atém-se ao escoamento bifásico gás-líquido devido a sua grande ocorrência em processos industriais, tais como: produção e transporte de hidrocarbonetos, evaporadores, condensadores e em sistemas de refrigeração de reatores nucleares. Isso justifica o amplo número de estudos desenvolvidos nesta área desde os anos 60 com o objetivo de obter uma melhor compreensão das características fenomenológicas deste tipo de escoamento.

O escoamento bifásico é caracterizado por apresentar maior complexidade em seu tratamento matemático quando comparado ao escoamento monofásico (escoamento de apenas uma fase). Pode-se atribuir esta complexidade as dificuldades encontradas para a definição do tipo de interação entre as fases e a forma como as mesmas estão distribuídas espacialmente no escoamento. Partindo do princípio de que com o aumento da vazão das fases em uma mesma tubulação encontram-se diferentes arranjos geométricos interfaciais, criou-se uma forma prática para vincular todas as características inerentes a um arranjo interfacial a um nome específico, muito conhecido na atualidade como regime de escoamento ou padrão de escoamento. Mesmo não havendo um consenso completo sobre a utilização dos nomes para identificar os padrões, diferentes autores, como Taitel et al. (1980), Hewitt e Jayanti (1993) e Costigan e Whalley (1997), citam quatro que são de consentimento unânime: disperso, estratificado, intermitente e anular, exemplificados pela Figura 1.1 para escoamento horizontal.

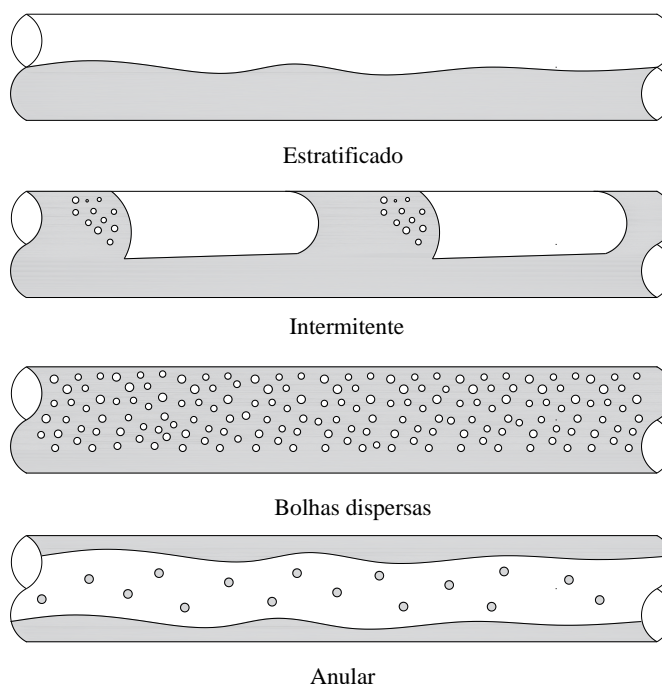


Figura 1.1 – Padrões de escoamento bifásico gás líquido horizontal.

Dentre os diversos padrões de escoamento existentes na literatura, o padrão intermitente em regime de golfadas ocorre em uma grande faixa de vazões de líquido e gás, sendo amplamente encontrado em diversas situações no meio industrial. Adicionalmente ao interesse causado pela vasta ocorrência deste padrão, também são intensificados os estudos nesta área por conta da dificuldade da caracterização e modelagem deste regime.

O padrão em golfadas é caracterizado pela sucessão de pistões de líquido seguidos por bolhas alongadas. O pistão de líquido apresenta-se como uma fração do escoamento com grande quantidade de líquido que pode conter pequenas bolhas de gás dispersas, nomeado neste caso como pistão de líquido aerado. A bolha alongada compreende a maior fração de gás do escoamento e ocupam quase toda a seção transversal do duto. No escoamento horizontal, a região da bolha pode ser associada ao padrão estratificado onde o gás se posiciona na parte superior do duto e o líquido, também conhecido como filme de líquido, se encontra na parte inferior. A Figura 1.2 exemplifica a disposição deste tipo de escoamento na horizontal.

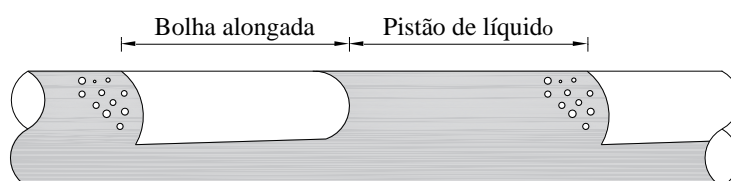


Figura 1.2 – Representação da disposição das estruturas no escoamento em golfadas.

A repetição destas estruturas não apresenta características constantes, ou seja, as bolhas e pistões que passam por um referencial fixo não possuem tamanhos e frequências definidas, permitindo assim dizer que este regime não é periódico no tempo e no espaço. Vale ressaltar que a característica não periódica ocorre devido à dinâmica do escoamento e não pelas condições de formação (Franklin, 2004).

Para uma melhor caracterização do escoamento intermitente em golfadas será nomeado a junção das duas estruturas (pistão e bolha) como célula unitária, conceito introduzido por Wallis (1969), assim a mesma será compreendida por uma bolha com comprimento  $L_f$  e um pistão de líquido de comprimento  $L_s$ , totalizando um comprimento  $L_u$ . Ainda é nomeado a velocidade da frente da bolha ( $U_T$ ), a velocidade do líquido no pistão ( $U_s$ ), a velocidade do líquido na região da bolha ( $U_f$ ) e a pressão do gás no interior da bolha ( $P_G$ ). A Figura 1.3 apresenta essas variáveis.

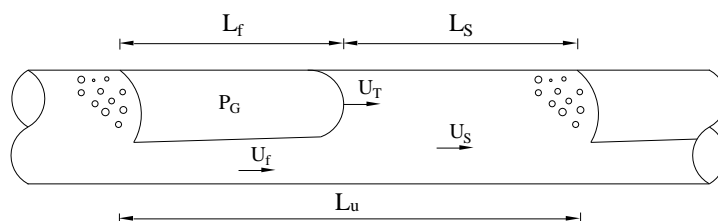


Figura 1.3 – Representação das variáveis de uma célula unitária.

A modelagem deste tipo de escoamento, mesmo em regime permanente, é bastante complexa devido a sua característica intermitente ocasionada pela passagem alternada de pistões de líquido e bolhas alongadas de gás. Contudo, quando se trata de escoamento transiente, a compreensão do comportamento das propriedades deste escoamento torna-se ainda mais difícil, uma vez que esses parâmetros serão influenciados pela variação das condições operacionais introduzida ao escoamento.

Desta forma, os estudos referentes ao escoamento transiente podem então ser justificados pela aliança entre a necessidade de compreender o comportamento do escoamento transiente e sua grande aplicação na indústria petrolífera. Encontra-se este tipo de escoamento em condições operacionais como partidas e paradas de produção, operação de pigagem, na elevação artificial, em métodos de recuperação secundária de óleo através da injeção alternada de água e gás e em sistemas de garantia de escoamento. Entretanto, mesmo diante de sua importância, ainda existe uma grande lacuna de estudos referente ao escoamento transiente no

regime intermitente. Segundo Fabre *et al.* (1995), a ausência de estudos pode ser correlacionada a complexidade deste tipo de escoamento e à carência de estudos teóricos de referência.

O escoamento transiente é ocasionado através de perturbações nas condições operacionais na entrada ou na saída da tubulação (Vigneron *et al.*, 1995, Fabre *et al.*, 1995). Tais modificações introduzidas ao escoamento resultam em alterações nos perfis de pressão e fração de vazio, onde tais alterações podem ser representadas pela onda de pressão e onda de fração de vazio.

Mediante as alterações geradas pelo escoamento transiente, o objetivo deste trabalho é realizar um estudo numérico afim de avaliar a capacidade do modelo de seguimento de pistões desenvolvido por Rosa *et al.* (2015) para capturar as ondas de pressão e fração de vazio em escoamento horizontal intermitente. A partir deste estudo, visa-se identificar a capacidade do modelo para a predição da velocidade de propagação das ondas de pressão e fração de vazio, comparando-o aos resultados experimentais desenvolvidos por Dalla Maria (2016).

O presente trabalho é estruturado em seis capítulos, conforme descrito a seguir:

- Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica: Apresenta os principais parâmetros do escoamento bifásico intermitente e, em seguida, os modelos existentes na literatura para a predição das propriedades deste tipo de escoamento enfatizando a evolução dos modelos de seguimento de pistões. Por fim, destacam-se os estudos existentes sobre as ondas de pressão e fração de vazio.
- Capítulo 3 – Modelagem Matemática: Demonstram-se as equações do modelo de seguimento de pistões proposto por Rosa *et al.* (2015), bem como as equações de fechamento e o método numérico de resolução do sistema de equações.
- Capítulo 4 – Simulação e Processamento de dados: Primeiramente são introduzidas as características das condições de contorno propostas neste trabalho e demonstrado o método de definição das propriedades das células. Em seguida, são expostas as condições geométricas e as propriedades físicas dos fluidos utilizados para a simulação. Aborda-se ainda, o processo de média de conjunto aplicado aos perfis de pressão e fração de vazio. Por fim, demonstra-se o procedimento para a determinação das velocidades de propagação das ondas de pressão e fração de vazio.
- Capítulo 5 – Resultado: A evolução temporal da pressão e fração de vazio obtidas pelo modelo de seguimento de pistões e as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio são apresentadas para cada uma das condições de contorno propostas



neste trabalho. Ainda, compara-se os resultados obtidos aos dados experimentais de Dalla Maria (2016).

- Capítulo 6 – Conclusão: Expõe as conclusões obtidas e apresentam-se sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica é dividida em três seções. Inicia-se a revisão por uma apresentação dos principais parâmetros e conceitos do escoamento bifásico intermitente. Em seguida, são revisados os modelos estacionários desenvolvidos para a predição do comportamento transiente referente ao escoamento gás-líquido em regime de golfadas. Na sequência é apresentada a evolução dos modelos de seguimento de pistões (*slug tracking*) existentes na literatura. Por fim, a terceira seção expõe os trabalhos referentes à investigação das ondas de pressão e fração de vazio em escoamento bifásico transiente no padrão intermitente.

### 2.1 Grandezas e notações do escoamento bifásico em regime de golfada

Além das propriedades apresentadas no Capítulo 1, a modelagem matemática do escoamento intermitente apresenta notações importantes que auxiliam no entendimento e descrição do escoamento. As variáveis e suas definições apresentadas nessa seção são amplamente utilizadas na análise do escoamento bifásico intermitente. Tais variáveis podem ser definidas de acordo com a fase que a mesma representa (gás ou líquido), mas também a região do escoamento (pistão ou bolha) que a variável está atribuída, desta forma neste trabalho será utilizado o subscrito “L” para a fase líquida, “G” para a fase gás, “f” para a região do filme/bolha alongada e “S” para a região do pistão.

Em uma seção transversal de uma tubulação escoando duas fases existe uma área ocupada pelo líquido,  $A_L$ , e outra ocupada pela fase gasosa,  $A_G$ . Referente à célula unitária, cada fase ao escoar dentro da tubulação apresenta-se com uma vazão volumétrica, definidor por  $Q_L$  e  $Q_G$ , que é obtida pela Eq. (2.1):

$$Q_L = U_L A \text{ e } Q_G = U_G A \quad (2.1)$$

onde,  $U_L$  e  $U_G$  são velocidades locais das fases de líquido e gás e  $A$  a área transversal do duto.

A vazão volumétrica total,  $Q$ , na seção transversal é dada pela soma das vazões das fases, conforme Eq. (2.2):

$$Q = Q_L + Q_G \quad (2.2)$$

Apresenta-se também a vazão mássica das fases pela Eq. (2.3), como:

$$\dot{m}_L = \rho_L U_L A_L \text{ e } \dot{m}_G = \rho_G U_G A_G \quad (2.3)$$

onde,  $\rho_L$  e  $\rho_G$  representa a massa específica do líquido e do gás, respectivamente.

Para um escoamento gás-líquido a fração das fases é definida pela razão entre a área ocupada pela fase e a área transversal da seção. Para a fase líquida, a razão é conhecida como *holdup* de líquido,  $R$ , e é calculado para as duas regiões da célula através da Eq. (2.4):

$$\langle R_f \rangle = \frac{\langle A_{Lf} \rangle}{A} \text{ e } \langle R_s \rangle = \frac{\langle A_{Ls} \rangle}{A} \quad (2.4)$$

Em relação a fase gasosa, a razão das fases é conhecida como fração de vazio,  $\alpha$ , e também deve ser determinada para as duas regiões da célula como descrito pela Eq. (2.5):

$$\langle \alpha_f \rangle = \frac{\langle A_{Gf} \rangle}{A} \text{ e } \langle \alpha_s \rangle = \frac{\langle A_{Gs} \rangle}{A} \quad (2.5)$$

Onde, os operadores médios ( $\langle \rangle$ ) apresentados nas Eqs. (2.5) e (2.6) podem ser representados por uma média temporal do parâmetro em análise, como exposto na Eq. (2.6):

$$\langle \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t f(t) dt \quad (2.6)$$

Para um escoamento bifásico, o somatório das frações da fase de líquido e gás deve ser igual a 1. Desta forma, sabendo-se o valor da fração de uma das fases é possível encontrar o valor da fase seguinte através do somatório, como demonstrado pela Eq. (2.7):

$$R_s = 1 - \alpha_s \text{ e } R_f = 1 - \alpha_f \quad (2.7)$$

Outra variável importante no padrão de escoamento intermitente é a frequência de ocorrência das células, onde a mesma é definida como o inverso do tempo de passagem de uma célula. Porém, há diversas outras formas propostas na literatura para a determinação dessa grandeza, como destacado na Eq. (2.8):

$$f = \frac{1}{\Delta t_u}, f = \frac{U_T}{L_u}, f = \frac{U_T \beta}{L_f}, f = \frac{U_T (1-\beta)}{L_s} \quad (2.8)$$

onde,  $\Delta t_u$  é o tempo de passagem de uma célula,  $U_T$  é a velocidade de translação do nariz da bolha alongada,  $L_u$  o comprimento da célula (bolha e pistão) e  $\beta$  o fator de intermitência, que é definido pela Eq. (2.9):

$$\beta = \frac{L_f}{L_f + L_s} = \frac{L_f}{L_u} \quad (2.9)$$

Utiliza-se também frequentemente na modelagem do escoamento a velocidade superficial das fases, que pode ser definida pela razão da vazão volumétrica da fase e a área transversal da seção como demonstrado pela Eq. (2.10):

$$J_L = \frac{Q_L}{A} \text{ e } J_G = \frac{Q_G}{A} \quad (2.10)$$

E define-se como a velocidade da mistura,  $J$ , o somatório das velocidades superficiais das fases, conforme a Eq. (2.11):

$$J = J_L + J_G \quad (2.11)$$

A aplicação frequente das velocidades superficiais é justificada pela sua ligação direta com a vazão volumétrica das fases. Entretanto, o gás é um fluido compressível e sua vazão volumétrica varia ao decorrer da tubulação de acordo com a pressão. E assim, a velocidade superficial do gás também é alterada ao longo do escoamento. Uma alternativa para definição da mesma em qualquer ponto do escoamento é encontrada através da aplicação da equação da conservação da massa de gás em regime permanente entre dois pontos do escoamento, resultando na Eq. (2.12):

$$\rho_{G1} Q_{G1} = \rho_{G2} Q_{G2} \quad (2.12)$$

Substituindo a Eq. (2.10) na (2.12) e dividindo a mesma por  $A$ , obtém-se:

$$\rho_{G1} J_{G1} = \rho_{G2} J_{G2} \quad (2.13)$$

Percebe-se assim que pelo fato de haver conservação de massa, o fluxo mássico entre dois pontos do escoamento é constante.

Ainda, nas modelagens de escoamento em regime de golfada são utilizadas equações de fechamento (*closure laws*) para completar o sistema de equações, uma vez que o número de equações de fluxo (conservação da massa e quantidade de movimento aplicado a um volume de controle) é menor que o número de variáveis a serem definidas. Dentre as variáveis definidas através dessa classe de equações, temos: a massa específica do gás ( $\rho_G$ ), a velocidade das bolhas dispersas ( $U_b$ ), a velocidade de translação da bolha ( $U_T$ ), a tensão cisalhante no pistão ( $\tau_s$ ), o *holdup* de líquido no pistão ( $R_s$ ) e o *holdup* de líquido na região do filme ( $R_f$ ). No próximo capítulo será apresentada a formulação utilizada para o cálculo dessas variáveis.

As demais variáveis que forem utilizadas ao decorrer da explanação da formulação utilizada nesse trabalho serão apresentadas gradativamente conforme o necessário. Fundamentado os principais parâmetros no escoamento em regime de golfadas, torna-se necessário apresentar uma revisão dos estudos anteriores e das modelagens existentes na literatura para este padrão.

## 2.2 Escoamento em golfadas

O conceito de célula unitária introduzido por Wallis (1969) foi vastamente utilizado para a criação dos primeiros modelos que calculavam os parâmetros deste escoamento, modelos nomeados de estacionários.

Os modelos estacionários são nomeados desta forma devido a consideração de que as células unitárias se repetem de forma periódica, ou seja, não se alteram no tempo e no espaço, não havendo interação entre células vizinhas. Dukler e Hubbard (1975) desenvolveram a primeira versão deste modelo que tinha a finalidade de prever o comportamento do escoamento gás-líquido em regime de golfada para tubulações horizontais ou levemente inclinada. O modelo é capaz de calcular a velocidade do líquido no pistão, a velocidade do filme, o comprimento do pistão e a da bolha, a fração de líquido na região do filme e a queda de pressão na célula. Porém, este modelo não é completo, necessita de equações de fechamento para inserir os dados de frequência, fração de líquido no pistão, fator de atrito na região do filme e do pistão. Segundo os autores, tal modelo foi comparado aos resultados provenientes de uma campanha experimental e apresentou bons resultados.

Posteriormente, Fernandes *et al.* (1983) construiu um modelo seguindo o raciocínio de Dukler e Hubbard (1975) para escoamento vertical, obtendo como resultado a queda de pressão, a frequência do pistão, a fração de vazio média e a velocidade média do líquido no pistão, da bolha e do líquido no filme. Para validação do modelo proposto foi realizado uma comparação dos resultados com dados experimentais, o que confirmou a qualidade dos valores fornecidos pelo modelo. Outros autores seguiram esta proposta e também criaram modelos para o cálculo das propriedades do escoamento intermitente, como Nicholson *et al.* (1978), Kokal e Stanislav (1989), Andreussi *et al.* (1993), Cook e Behnia (1997) e Fagundes Netto (1999).

No entanto, o mais completo modelo estacionário foi criado por Taitel e Barnea (1990). Os autores propuseram um modelo mais genérico que abrange escoamento horizontal, vertical e inclinado. O líquido e o gás são considerados incompressíveis. Entretanto, mesmo sendo a mais completa modelagem em estado estacionário, ainda assim é necessária a utilização de equações de fechamento.

Mais recentemente, Mazza *et al.* (2010) realizou uma comparação entre estes modelos afim de discutir a relevância dos termos empregados em cada modelo. Além disso, foi verificada a capacidade de previsão dos modelos contra dados experimentais. Os modelos apresentam em sua formulação a equação de momento unidimensional com fases separadas, onde as diferenças entre as formulações dos modelos surgem devido aos termos negligenciados (tensão, inercia ou gravitacional) no balanço de força e pelas equações de fechamento empregadas. Segundo os autores, para testes com baixa pressão os modelos simplificados apresentaram bons resultados quando comparadas aos resultados obtidos pela equação com todos os termos inclusos, porém para cenários onde a pressão é acrescida surgem diferenças.

A consideração de que as células unitárias se repetem ao longo do duto não permite que propriedades oriundas da característica intermitente deste tipo de escoamento seja capturada. Outro ponto que se apresenta como uma desvantagem destes modelos é a forte ligação com as equações de fechamento, já que as mesmas são baseadas em dados experimentais e desta forma são dificilmente adaptáveis. No entanto, a simplicidade na implementação e resolução do equacionamento destes modelos e os resultados confiáveis para as propriedades do escoamento justificam a sua utilização e aceitação na indústria.

Porém, diante da evolução dos computadores foi possível a criação de novos modelos capazes de calcular os parâmetros do escoamento em processos transientes. Encontram-se três principais modelagens oriundas dessa nova geração: dois fluidos, *drif flux* e seguimento de pistões. A capacidade destes novos modelos de capturar os efeitos transientes viabiliza o acompanhamento do efeito de entrada e saída das células na tubulação e a interação entre células

vizinhas. E com as características intermitentes sendo consideradas é possível reproduzir a distribuição dos principais parâmetros do escoamento e também conhecer a evolução das células ao longo do duto.

Devido ao presente trabalho utilizar a modelagem de seguimento de pistões, essa revisão abordará em detalhes somente este tipo de modelo. A seguir são apresentadas as características desta modelagem e os trabalhos prévios sobre o tema.

### 2.3 Seguimento de pistões

A metodologia de seguimento de pistões, também conhecida como *slug tracking model*, surgiu devido a necessidade de prever os parâmetros intermitentes do regime de golfadas que até então não era possível capturar com os modelos de célula unitária. Essa classe emprega uma abordagem lagrangeana para seguir as frentes da bolha e do pistão ao longo da tubulação.

As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são aplicadas a volumes de controle para cada estrutura do escoamento (pistão e bolha alongada), onde os volumes de controle e suas fronteiras variam no tempo e no espaço. Outra característica deste tipo de modelo é a menor dependência das equações de fechamento, o que permite uma maior aplicabilidade para novos cenários.

Um dos primeiros trabalhos dessa classe de modelos foi criado por Taitel e Barnea (1993). Os autores propuseram um modelo capaz de prever a distribuição do comprimento do pistão para qualquer posição no duto e o máximo comprimento possível. Tais dados, até esse momento, não podiam ser calculados, e muitas vezes apenas o valor médio dessa propriedade não é o suficiente. Neste modelo utiliza-se a equação proposta por Moissis e Griffith (1962) para o cálculo da velocidade de translação da bolha. Foram propostas ainda pelos autores duas análises do modelo para o escoamento vertical de ar e água. Primeiramente, foi feito uma comparação entre os resultados para condições de entrada com distribuição normal ou uniforme e percebeu-se que as propriedades do escoamento não são sensíveis ao tipo de distribuição na entrada. E por fim, compararam os resultados do modelo aos dados experimentais obtidos por Van Hout *et al.* (1992) e os mesmos apresentaram resultados semelhantes para distribuição, valor médio e máximo para o comprimento do pistão.

Em seguida, Zheng *et al.* (1994) propôs um modelo de seguimento de pistões capaz de simular os mecanismos de crescimento, geração e dissipação de pistões em tubulações com

diferentes inclinações. Apresentando restrições por considerar as propriedades constantes para o líquido e desprezar o efeito da compressibilidade do gás. O estudo do comportamento do escoamento em tubulações acidentadas (*Hilly terrain*) foi fomentado pelos processos gerados devido a transição abrupta de inclinação, uma vez que pistões podem ser gerados em trechos descendentes seguidos por trechos ascendentes (*low elbows*) ou desaparecer em trechos ascendentes seguido por trecho descendentes (*top elbows*).

Os autores consideraram dois casos distintos: o primeiro em que o pistão não se altera enquanto se move de um trecho para outro com inclinação diferente, e o segundo, mais complexo, onde os pistões podem ser gerados ou desaparecer e assim o comprimento do pistão não se mantém constante ao longo da transição. O modelo foi comparado a dados experimentais e segundo os autores demonstrou ser capaz de simular corretamente o comportamento do pistão quando submetido a tais processos.

Grenier (1997) propôs um novo modelo *slug tracking* em escoamento horizontal. Considera-se neste modelo pistão não-aerado, filme de líquido com altura constante, fração de vazio constante e gás compressível. As equações de conservação de massa e quantidade de movimento na forma integral são aplicadas a bolha e ao pistão separadamente, onde o volume de controle se move junto com as estruturas. Como resultado desta formulação obtêm-se um sistema de equações que são resolvidas a cada passo de tempo para a velocidade da mistura e pressão na bolha. Utiliza-se ainda equações constitutivas para a velocidade de translação da bolha e fator de atrito. Os resultados foram comparados com dados experimentais e apresentaram boa concordância, segundo o autor.

Posteriormente, Taitel e Barnea (1998) apresentaram um novo modelo de seguimento de pistões. Neste modelo o efeito de compressibilidade do gás no comprimento do pistão e a pressão na entrada são considerados. Considera-se também que o gás é ideal e que a densidade do líquido é constante. A velocidade de translação da bolha é função da velocidade da mistura e é calculada pela fórmula proposta por Nicklin *et al.* (1962) e a fração de líquido no pistão varia e é função da velocidade do pistão. A principal simplificação deste modelo é negligenciar a parcela de acúmulo e fluxo de quantidade de movimento nas fronteiras reduzindo a equação a um balanço de pressão, atrito e força gravitacional. Os resultados apresentados pelos autores são apenas para escoamento horizontal e com todos os pistões com mesmo comprimento na entrada. Conclui-se que a compressibilidade do gás causa um aumento no comprimento do pistão, porém o efeito é menor sobre o crescimento quando comparado com o efeito do crescimento ao longo do escoamento no duto.



Logo depois, Taitel e Barnea (2000) estenderam o modelo proposto em Taitel e Barnea (1998) para escoamento em tubulações acidentadas. Foi adicionado a abordagem anterior a possibilidade de alteração no ângulo de inclinação da tubulação, incorporaram as características desse tipo de configuração de tubulação e as alterações do comprimento do pistão sob tais condições. Esse modelo apresenta-se mais geral comparado ao Zheng *et al.* (1994) uma vez que leva em consideração a compressibilidade do gás, a alteração na fração de líquido no pistão e a possível variação da velocidade de translação da bolha.

Mais tarde, Al-Safran *et al.* (2004) utilizou o modelo proposto por Taitel e Barnea (2000) e comparou seus resultados aos dados obtidos por uma campanha experimental em tubulação acidentada obtida no *TUFFP (Tulsa University Fluid Flow Projects)*. Os dados experimentais foram obtidos em uma seção de teste com 42,7 m, sendo 21,3 m de seção inclinada descendente (*downhill section*) e 21,3 m de seção inclinada ascendente (*uphill section*), com diâmetro interno de 50,8 mm e ar e óleo mineral como fluidos de teste. Dois casos com diferentes comportamentos na seção inclinada descendente foram verificados. Segundo os autores, o modelo foi capaz de prever o comprimento médio e o desvio padrão dos dois casos. Também foi possível definir o máximo comprimento do pistão na saída da tubulação.

No mesmo ano, Franklin (2004) baseado nos conceitos apresentados por Grenier (1997) propôs um novo modelo de seguimento de pistões para escoamento intermitente horizontal. O modelo leva em consideração a intermitência e a interação existente nesse tipo de escoamento. A formulação baseia-se na aplicação de balanços integrais, onde cada volume de controle engloba individualmente a região do pistão ou da bolha. A equação de conservação da massa é aplicada às duas estruturas do escoamento (pistão e bolha) e a conservação de quantidade de movimento apenas no pistão de líquido. Diferentemente dos trabalhos anteriores, o modelo considera a queda de pressão devido à expansão de área entre a traseira da bolha e o pistão de líquido que o segue. Considera-se também que o pistão é não aerado e que o gás é compressível e ideal. As simulações foram realizadas em duas etapas: escoamento periódico e intermitente na seção de entrada. Segundo o autor, os resultados de um caso real de escoamento intermitente na entrada são comparáveis aos dados experimentais.

Wang *et al.* (2006) baseado no modelo de Taitel e Barnea (1998, 2000) apresentou um novo modelo *slug tracking* para estudar a evolução do comprimento do pistão em tubulações horizontais, incluindo na formulação o efeito da esteira na traseira da bolha e a queda de pressão devido a aceleração. Ainda, modificou a condição de entrada para que os comprimentos dos pistões não fossem mais constantes, e sim com uma distribuição normal. Os resultados do modelo foram comparados a dados experimentais. A campanha foi realizada em uma seção de

teste com 133 m de comprimento, 50mm de diâmetro e utilizando ar e água como fluidos de teste. Conforme descrito pelos autores, o modelo conseguiu capturar o valor máximo e médio do comprimento do pistão no início da tubulação, mas não sua evolução ao longo do duto.

Rodrigues (2009) desenvolveu um novo modelo de seguimento de pistões com a finalidade de simular o escoamento em golfadas em dutos horizontais, inclinados e verticais. Foi considerado na modelagem os efeitos de inércia do pistão de líquido, a troca de quantidade de movimento entre os pistões e as bolhas, o efeito do filme de líquido na variação da quantidade de movimento em uma célula e o efeito da variação da fração de líquido no pistão. Para introduzir a intermitência do escoamento ao modelo sempre que uma nova célula adentra a tubulação os parâmetros dessa célula são sorteados de uma lista de valores independentes para cada variável. Para validação do programa desenvolvido, os resultados foram comparados a dados experimentais para o escoamento de ar-água, ar-glicerina e N<sub>2</sub>-óleo em um duto horizontal, inclinado e vertical. Os resultados foram analisados em termos de parâmetros médios e distribuição de variáveis em posições ao longo da tubulação. Segundo o autor, a metodologia utilizada se mostrou eficiente na caracterização da entrada de células e captura de coalescências.

Mais recentemente Rosa *et al.* (2015) propôs um modelo de seguimento de pistões que satisfaz as equações da massa e quantidade de movimento, onde as equações são apresentadas de forma a serem aplicadas em tubulações horizontais e levemente inclinadas. O modelo considera todos os termos introduzidos em modelos prévios e adiciona os termos de acúmulo e fluxo de quantidade de movimento, nomeado pelos autores de termo advectivo, que até então foi negligenciado. Ainda, apresenta-se como uma vantagem numérica a aplicação de um único volume de controle que engloba as duas estruturas do escoamento (pistão e bolha alongada). Para comparação dos resultados foi utilizado os dados experimentais obtidos através de uma campanha experimental realizada em uma seção de teste horizontal de 23,4 m e diâmetro de 26 mm. As análises abordadas foram a sensibilidade do escoamento com o processo de inserção de células na tubulação (distribuição aleatória ou periódica na condição de entrada), a coalescência entre as bolhas, o fator de esteira, a evolução do escoamento com distintos processos de formação (misturador ar-água em paralelo ou concêntrico), a performance do modelo na predição das propriedades e a inclusão do termo advectivo.

Diante dos estudos realizados os autores concluíram que o monitoramento e ajuste de apenas uma variável não garante o ajuste de outras propriedades do escoamento. Ainda, os autores perceberam que pequenas alterações no fator de esteira modificam a taxa de coalescência, a distribuição dos comprimentos, velocidade, frequência e a queda de pressão.

Por fim, reafirmaram que a influência do tipo de processo de formação e inserção de células na tubulação é perdida ao longo do escoamento.

A principal diferença do modelo de Rosa *et al.* (2015) quando comparado aos modelos anteriormente previstos na literatura, é a inserção dos termos de inércia do pistão e o de fluxo de quantidade de movimento das duas fases através da superfície de controle. A partir da consideração destes termos à formulação integral de quantidade de movimento acredita-se que a simulação da onda de pressão originada pelo escoamento transiente pode ser mais precisamente modelada, uma vez que a inserção deste termo captura a aceleração do pistão que comprimi ou expande a bolha alongada, resultando em um comportamento mais dinâmico. Investigar a performance do modelo proposto por Rosa *et al.* (2015) na simulação da onda de pressão e o cálculo da velocidade com que a mesma se desloca ao longo da tubulação é a finalidade deste trabalho.

Durante o trabalho será apresentada também a onda de fração de vazio, porém a mesma é imposta pelo modelo, uma vez que a fração de vazio não é calculada para cada bolha e/ou célula, e sim pré-estabelecida. A única variação na fração de vazio capturada pelo modelo é a variação devido a expansão do gás na bolha, que representa uma pequena variação durante a simulação.

Assim, para um conhecimento mais aprofundado das características e propriedades associadas a esse fenômeno a próxima subseção apresenta uma revisão dos trabalhos que abordam sobre as ondas de pressão e fração de vazio simultaneamente.

## **2.4 Onda de Fração de Vazio e de Pressão**

O escoamento transiente ocorre devido a modificações nas condições operacionais, como a variação nas vazões das fases na entrada da tubulação ou da pressão na saída (Vigneron *et al.* 1995). Tais perturbações introduzidas à entrada ou saída da tubulação resultam em alterações no comportamento temporal da pressão e da fração de vazio, onde tais alterações são identificadas como uma onda de pressão e de fração de vazio. O estudo sobre as mesmas em escoamento bifásico transiente é importante devido a sua grande aplicação, tanto na área nuclear quanto na indústria petrolífera.

Porém, há poucos estudos na literatura relacionados as ondas de pressão e fração de vazio para escoamentos no regime de golfadas quando comparado aos estudos para outros

padrões, mesmo com a sua grande importância prática. Possivelmente, umas das razões para a carência de trabalhos prévios é a complexidade desse tipo de escoamento.

Vigneron *et al.* (1995) apresentou uma campanha experimental afim de definir algumas características da propagação do transiente aplicado a diferentes estados permanentes no padrão estratificado e golfadas. O autor também realizou uma comparação dos dados experimentais com os resultados obtidos com simuladores comerciais de escoamento bifásico e a um modelo transiente simplificado desenvolvido por Minami (1991). A campanha experimental foi realizada em uma seção de teste horizontal de 420 m de comprimento, 77,9 mm de diâmetro e utilizou como fluidos de teste ar e querosene. Foram realizados um total de 18 testes, onde o transiente é ocasionado pela variação na vazão de líquido ou gás, ou pela restrição total da vazão de líquido, ou pela repartida da linha. Os parâmetros medidos foram: vazão de gás e líquido na entrada e na saída, pressão absoluta, temperatura e fração de líquido. Segundo os autores, no regime de golfadas encontrou-se que a velocidade da propagação da onda de fração de vazio aproxima-se da velocidade de translação média da bolha do regime permanente final. Ainda, a comparação com os simuladores foi aplicada para cada teste realizado e a performance variou de acordo com a propriedade analisada (fração de líquido, pressão e descarga de líquido) e com o teste a ser comparado.

No mesmo ano, Fabre *et al.* (1995) introduziu o conceito de onda de pressão e fração de vazio simultaneamente. Os autores investigaram através do experimento de Théron (1989) e Gadoin (1993) a ocorrência desses tipos de onda. Os dados experimentais foram obtidos em uma tubulação horizontal de 90 m de comprimento, diâmetro interno de 50 mm, e os fluidos de teste foram ar e água. O transiente foi obtido através de uma abrupta alteração na vazão de líquido ou gás por uma válvula de fechamento rápido. Os autores frisam a necessidade da aplicação de média de conjuntos nos dados experimentais para extrair as flutuações inerentes a intermitência intrínseca a esse tipo de escoamento. Através das análises dos resultados, percebeu-se que a velocidade da onda de fração de vazio aproxima-se da velocidade de translação média da bolha, e que a mesma é mais lenta que a velocidade da onda de pressão e tem forma conservativa. Observou-se ainda que logo após a perturbação na vazão a pressão apresenta alteração e que a mesma evolui lentamente em direção a condição final permanente, que será obtida quando a onda de fração de vazio sair da seção de teste. Ademais, Fabre *et al.* (1995) propôs um modelo baseado em Fabre *et al.* (1989) afim de prever a velocidade da onda de pressão e fração de vazio, apresentando resultados razoáveis para a velocidade da onda de fração de vazio e superestimando a velocidade da onda de pressão.

Posteriormente, King *et al.* (1998) com o interesse de estudar o efeito transiente no regime de golfadas propôs uma campanha experimental em uma linha de 36 m de comprimento e diâmetro nominal de 76,2 mm. Os fluidos de teste utilizados foram água e ar e a matriz de teste é composta por 24 combinações de velocidade, onde a velocidade de apenas um fluido é alterada. Em todos os testes, os estados permanentes estão padrão intermitente. Os transientes foram introduzidos ao escoamento através da variação da velocidade dos fluidos, e assim a grade de teste foi dividida em 4 seções: acréscimo da velocidade do líquido (*up-liquid*) e do gás (*up-gas*) e decréscimo da velocidade do líquido (*down-liquid*) e do gás (*down-gas*). Os parâmetros obtidos foram: pressão da entrada, vazão volumétrica das fases e a fração de líquido. Segundo os autores, nos testes com aumento e diminuição na velocidade do gás os dados experimentais da evolução temporal da pressão de entrada apresentam picos de pressão superiores (*overshoot*) e inferiores (*undershoot*) ao nível de pressão do primeiro estado permanente, respectivamente. Para os casos de variação na velocidade do líquido não existe a presença de picos de pressão e apresentou-se efeito apenas no aumento ou diminuição da frequência do pistão e uma variação limitada na fração de líquido.

Recentemente, Dalla Maria e Rosa (2015) apresentaram uma campanha experimental a fim de investigar a onda de pressão e fração de vazio em escoamento bifásico no padrão golfada. O aparato experimental é composto por um tubo horizontal com 26 mm de diâmetro interno e comprimento de 26,24 m. Os fluidos de teste foram ar e água. As perturbações foram introduzidas ao escoamento através de alterações súbitas na vazão de gás e líquido, caracterizando-se como onda de expansão quando a velocidade da mistura do estado final é reduzida em relação ao estado inicial e onda de compressão quando a velocidade da mistura é aumentada. Realizaram-se 4 testes experimentais, onde os dois primeiros a velocidade do líquido se mantém constante e a velocidade do gás é alterada e nos dois últimos testes a velocidade do gás é mantida constante e a velocidade do líquido é alterada.

Os autores ressaltaram que a onda de fração de vazio apresenta forma conservativa e sem atenuação. Quanto à onda de pressão, no transiente de gás a mesma apresenta um *overshoot* quando a vazão de gás é acrescida e um *undershoot* quando a vazão de gás é reduzida, já no transiente de líquido a onda de pressão não apresenta picos, o sinal alcança o novo estado permanente suavemente. Ainda, foram calculadas as velocidades das ondas de pressão e fração de vazio. Segundo Dalla Maria e Rosa (2015), a velocidade da onda de fração de vazio depende apenas das propriedades do novo estado permanente e a velocidade da onda de pressão é sensível ao tipo de pulso (onda de expansão ou compressão) e se o transiente é de líquido ou gás.

Neste capítulo foram citados os trabalhos que propõem e utilizam os modelos de seguimento de pistões e aqueles que demonstram as características associadas ao escoamento transiente. Na próxima seção será apresentado em detalhes o equacionamento utilizado no modelo de seguimento de pistões proposto por Rosa *et al.* (2015), uma vez que o mesmo será aplicado para o presente trabalho.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo tem por finalidade apresentar o modelo proposto por Rosa *et al.* (2015). O equacionamento do modelo, as equações de fechamento e o modelo numérico são mostrados separadamente. Primeiramente, apresenta-se as equações de massa e quantidade de movimento e suas manipulações algébricas para a obtenção do sistema de equações, seguido pela apresentação das equações de fechamento utilizadas no modelo. Por fim, é demonstrado o método numérico utilizado para a discretização do sistema de equações.

#### 3.1 Equações de conservação aplicada a uma célula

O modelo slug tracking é um modelo numérico que tem como principal característica seguir as frentes da bolha e pistão que são propagadas ao longo da tubulação, desde a entrada da célula até a saída da mesma, capturando suas propriedades a cada passo de tempo. Desde o modelo proposto por Taitel e Barnea (1993) diversos modelos foram desenvolvidos afim de acrescentar mecanismos físicos do escoamento em golfada.

Rosa *et al.* (2015) propuseram um modelo *slug tracking* mais completo que os antecessores e será aplicado neste trabalho para a predição dos parâmetros do escoamento em golfadas. O modelo foi desenvolvido a partir das equações de conservação de massa e quantidade de movimento na forma integral e unidimensional aplicadas a um volume de controle que engloba a região da bolha alongada e a região do pistão de líquido, a célula unitária, sob um referencial inercial e estacionário. O desenvolvimento destas equações resulta em duas equações diferenciais em relação ao tempo que fornecem como resultado a velocidade do líquido no pistão,  $U_s$ , e a pressão do gás na bolha,  $P_G$ .

O presente modelo é baseado nas seguintes hipóteses para a modelagem do escoamento:

- Escoamento isotérmico;
- Líquido incompressível e com massa específica  $\rho_L$ ;
- Gás compressível e que se comporta como gás ideal;
- Massa específica do gás,  $\rho_G$ , constante em cada célula, mas variando entre as células com as alterações de pressão;

- A massa específica do líquido é muito maior que a massa específica do gás ( $\rho_L \gg \rho_G$ );
- Filme de líquido não aerado;
- Pressão do gás constante ao longo da bolha;
- Interface plana entre o líquido e o gás na região do filme de líquido.

As equações de massa e quantidade de movimento serão aplicadas a um volume de controle representado na Figura 3.1 pela linha tracejada, que compreende a  $j$ -ésima ( $j^{\text{th}}$ ) célula genérica do escoamento. A mesma tem comprimento  $L_u$  que corresponde ao somatório do comprimento da região da bolha,  $L_f$ , e da região do pistão,  $L_s$ . Para um dado instante de tempo, as propriedades atribuídas a região da bolha são o holdup de líquido,  $R_f$ , a fração de vazio no filme,  $\alpha_f$ , a altura do filme,  $h_f$ , a velocidade do líquido no filme,  $U_f$ , a velocidade do gás,  $U_G$ , e a velocidade de translação da bolha,  $U_T$ . Enquanto, as propriedades da região do pistão são o holdup do líquido,  $R_s$ , a fração de vazio no pistão,  $\alpha_s$ , a velocidade do líquido,  $U_s$ , e a velocidade das bolhas dispersas,  $U_b$ . A Figura 3.1 representa a identificação da célula  $j^{\text{th}}$  e suas células vizinhas em um duto de comprimento  $L$ , diâmetro  $D$ , área transversal  $A$ , e inclinação  $\theta$  em relação a horizontal.

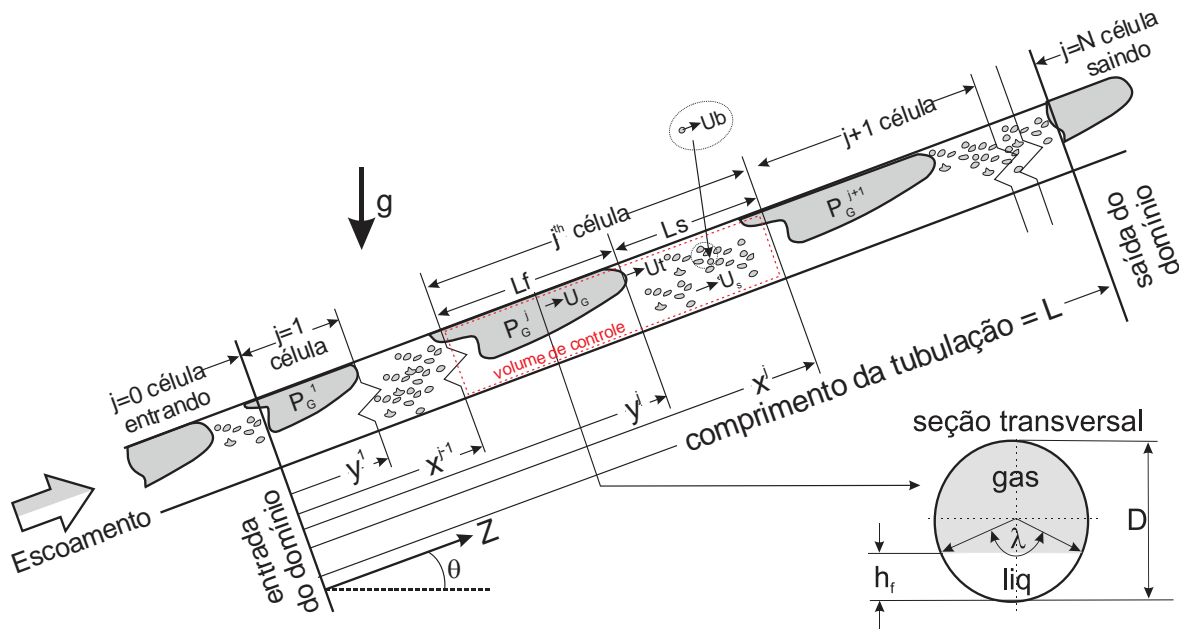


Figura 3.1 – Representação das propriedades, posição e identificação das células. Fonte: Adaptada de Rosa *et al.* 2015.

A localização da célula no duto é descrita através da posição da frente do pistão,  $x^j$ , e da frente da bolha,  $y^j$  em relação a um referencial inercial e estacionário conforme demonstrado



também pela Figura 3.1. A modelagem é iniciada pela aplicação da equação de conservação da massa às fases de líquido e de gás separadamente para toda a célula, seguida pela aplicação da equação de conservação de quantidade movimento as duas fases concomitantemente na célula unitária (pistão e bolha alongada).

### 3.1.1 Conservação da massa na célula

A equação de conservação da massa aplicada as duas fases têm como objetivo obter uma equação que relacione a pressão do gás na bolha,  $P_G$ , e a velocidade do líquido no pistão,  $U_S$ . A seguir, serão apresentados o equacionamento para as fases líquido e gás separadamente.

#### Balanço de massa de líquido na região do filme e do pistão

A Figura 3.2 representa o volume de controle (tracejado) definido na direção axial pelas fronteiras da célula  $j^{\text{th}}$ ,  $x^j$  e  $x^{j-1}$ , e radialmente pela parede do tubo. Ainda, são demonstrados os fluxos de massa de líquido e gás pelas fronteiras do volume.

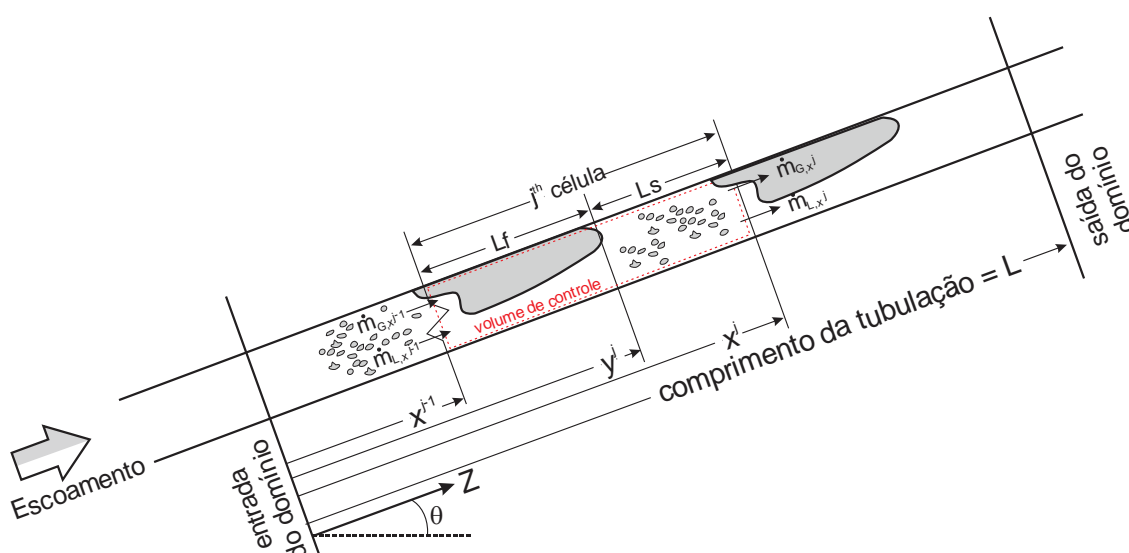


Figura 3.2 – Representação do volume de controle com os fluxos de massa de líquido e gás nas fronteiras.

Assim, a equação de conservação de massa da fase líquida no interior do volume de controle é:

$$\frac{d}{dt}(\rho_L AR_f^j L_f + \rho_L AR_s^j L_s) + \dot{m}_{L,x^j} - \dot{m}_{L,x^{j-1}} = 0 \quad (3.1)$$

onde  $\rho_L$  é a massa específica do líquido,  $\dot{m}_{L,x^j}$  o fluxo de massa de líquido na fronteira  $x^j$ ,  $\dot{m}_{L,x^{j-1}}$  o fluxo na fronteira  $x^{j-1}$  e  $t$  o tempo.

Escrevendo os fluxos de massa na fronteira como:

$$\dot{m}_{L,x^j} = \rho_L AR_s^j \left( U_s^j - \frac{dx^j}{dt} \right) \quad (3.2)$$

$$\dot{m}_{L,x^{j-1}} = \rho_L AR_s^{j-1} \left( U_s^{j-1} - \frac{dx^{j-1}}{dt} \right) \quad (3.3)$$

sendo  $dx^j / dt$  e  $dx^{j-1} / dt$  as velocidades das fronteiras em  $x^j$  e  $x^{j-1}$ , respectivamente.

O primeiro termo da Eq. (3.1) representa a variação da massa de líquido dentro do volume de controle na região do filme de líquido e na região do pistão, enquanto o segundo e o terceiro termo representam a contribuição dos fluxos de massa de líquido através da superfície de controle.

É conhecido que os comprimentos de pistão e bolha alongada podem ser definidos através da diferença das posição da frente da bolha e pistão, assim tem-se que  $L_f = y^j - x^{j-1}$  e  $L_s = x^j - y^j$ . Substituindo essas definições a Eq. (3.1) e dividindo a mesma por  $\rho_L$  e  $A$ , temos:

$$\frac{dy^j}{dt} (R_f^j - R_s^j) + \frac{dx^{j-1}}{dt} (R_s^{j-1} - R_f^j) + L_s^j \frac{dR_s^j}{dt} + L_f^j \frac{dR_f^j}{dt} = U_s^{j-1} R_s^{j-1} - U_s^j R_s^j \quad (3.4)$$

Assim, a Eq. (3.4) representa a equação de conservação da massa de líquido no filme e no pistão. A seguir, uma análise semelhante será aplicada a fase gás.

### Balanco de massa de gás na região do filme e do pistão

A equação da conservação da massa de gás para o volume de controle descrito na Figura 3.2 é:

$$\frac{d}{dt}(\rho_G A (1 - R_f^j) L_f^j + \rho_G A (1 - R_s^j) L_s^j) + \dot{m}_{G,x^j} - \dot{m}_{G,x^{j-1}} = 0 \quad (3.5)$$

sendo  $\rho_G^j$  a massa específica do gás na célula  $j^{\text{th}}$ ,  $\dot{m}_{G,x^j}$  e  $\dot{m}_{G,x^{j-1}}$  os fluxos de massa de gás através das fronteiras  $x^j$  e  $x^{j-1}$ .

O primeiro termo da Eq. (3.5) representa a variação de massa de gás dentro do volume de controle, enquanto o segundo e o terceiro termo representam o fluxo de massa de gás através das fronteiras do volume. É importante lembrar que diferente da massa específica do líquido, a massa específica do gás varia no tempo e no espaço.

Define-se os fluxos de massa da fase gás como:

$$\dot{m}_{G,x^j} = \rho_G^j (1 - R_s^j) \left( U_b^j - \frac{dx^j}{dt} \right) \quad (3.6)$$

$$\dot{m}_{G,x^{j-1}} = \rho_G^j (1 - R_s^{j-1}) \left( U_b^{j-1} - \frac{dx^{j-1}}{dt} \right) \quad (3.7)$$

Vale ressaltar que na Eq. (3.7) deveria ser utilizado a massa específica do gás da célula  $j-1$ , uma vez que o fluxo se refere as bolhas dispersas no pistão da célula  $j-1$ , porém a massa específica do gás nas células  $j$  e  $j-1$  são muito próximos. Desta forma, toda a equação foi escrita em função apenas de  $\rho_G^j$ .

Substituindo na Eq. (3.5) as definições estipuladas para o comprimento do pistão e do filme de líquido através de  $x^j$  e  $y^j$  e dividindo a mesma por  $A$ , temos:

$$\begin{aligned} \frac{dy^j}{dt} (R_f^j - R_s^j) + \frac{dx^{j-1}}{dt} (R_s^{j-1} - R_f^j) + L_s^j \frac{dR_s^j}{dt} + L_f^j \frac{dR_f^j}{dt} = U_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1}) - \\ + U_b^j (1 - R_s^j) - \frac{1}{\rho_G^j} \frac{d\rho_G^j}{dt} [L_f^j (1 - R_f^j) - L_s^j (1 - R_s^j)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Assim, a Eq. (3.8) representa a equação de conservação de massa de gás na célula unitária.

Percebe-se que o lado direito da Eq. (3.4) e (3.8) são coincidentes, desta forma as duas equações podem ser combinadas, resultando em:

$$\begin{aligned} U_b^j (1 - R_s^j) - U_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1}) + \frac{1}{\rho_G^j} \frac{d\rho_G^j}{dt} [L_f^j (1 - R_f^j) - L_s^j (1 - R_s^j)] = U_s^{j-1} R_s^{j-1} - \\ + U_s^j R_s^j \end{aligned} \quad (3.9)$$

Como é considerado escoamento isotérmico e que o gás se comporta como gás ideal, a massa específica do gás e a pressão podem ser relacionadas por:

$$\frac{1}{\rho_G} \frac{d\rho_G}{dt} = \frac{1}{P_G} \frac{dP_G}{dt} \quad (3.10)$$

Assim,

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_G^j} \frac{dP_G^j}{dt} \left[ L_f^j (1 - R_f^j) - L_s^j (1 - R_s^j) \right] = & U_s^{j-1} R_s^{j-1} - U_s^j R_s^j - U_b^j (1 - R_s^j) + \\ & + U_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ao se analisar a Eq. (3.11) têm-se uma equação em função da pressão,  $P_G$ , e das velocidades do líquido no pistão e das bolhas dispersas, respectivamente,  $U_s$  e  $U_b$ , além das frações de líquido no filme e no pistão. Como o objetivo é obter uma equação em função apenas de  $P_G$  e  $U_s$ , deve-se escrever a velocidade das bolhas dispersas em função de  $U_s$ . Para isto, a velocidade das bolhas dispersas é escrita em função de  $U_s$  através de uma equação constitutiva oriunda do modelo de mistura (apud Taitel e Barnea (1990)), representada por:

$$U_b = c_b U_M + u_d \quad (3.12)$$

onde,  $c_b$  é o parâmetro de distribuição,  $u_d$  é a velocidade de deslizamento das bolhas dispersas e  $U_M$  a velocidade da mistura, que é escrita em função de  $U_s$ , por:

$$U_M = U_s R_s + U_b (1 - R_s) \quad (3.13)$$

Substituindo a Eq. (3.13) na Eq. (3.12), define-se a velocidade das bolhas dispersas em função de  $U_s$ , como:

$$U_b = \frac{c_b U_s R_s + u_d}{1 - c_b (1 - R_s)} \quad (3.14)$$

Assim, retornando a definição compreendida pela Eq. (3.14) na Eq. (3.11), temos:

$$\begin{aligned} \frac{dP_G^j}{dt} \left[ \frac{L_f^j (1 - R_f^j) - L_s^j (1 - R_s^j)}{P_G^j} \right] = u_d^{j-1} \left[ \frac{(1 - R_s^{j-1})}{1 - c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})} \right] - u_d^j \left[ \frac{(1 - R_s^j)}{1 - c_b^j (1 - R_s^j)} \right] + \\ + U_s^{j-1} R_s^{j-1} \left[ 1 + \frac{c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})}{1 - c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})} \right] - U_s^j R_s^j \left[ 1 + \frac{c_b^j (1 - R_s^j)}{1 - c_b^j (1 - R_s^j)} \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Reorganizando os termos, tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{dP_G^j}{dt} \left[ \frac{L_f^j (1 - R_f^j) - L_s^j (1 - R_s^j)}{P_G^j} \right] - U_s^{j-1} \left[ \frac{R_s^{j-1}}{1 - c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})} \right] + \\ + U_s^j \left[ \frac{R_s^j}{1 - c_b^j (1 - R_s^j)} \right] = u_d^{j-1} \left[ \frac{(1 - R_s^{j-1})}{1 - c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})} \right] - u_d^j \left[ \frac{(1 - R_s^j)}{1 - c_b^j (1 - R_s^j)} \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

Com o objetivo de facilitar a representação desta equação ao decorrer deste trabalho foram utilizados parâmetros, por conveniência, para definir os coeficientes da equação, assim a equação pode também ser descrita como:

$$K_1 \frac{dP_G^j}{dt} - K_2 U_s^{j-1} + K_3 U_s^j = K_4 \quad (3.17)$$

onde,

$$K_1 = \left[ \frac{L_f^j (1 - R_f^j) - L_s^j (1 - R_s^j)}{P_G^j} \right]$$

$$K_2 = \left[ \frac{R_s^{j-1}}{1 - c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})} \right]$$

$$K_3 = \left[ \frac{R_s^j}{1 - c_b^j (1 - R_s^j)} \right]$$

$$K_4 = u_d^{j-1} \left[ \frac{(1 - R_s^{j-1})}{1 - c_b^{j-1} (1 - R_s^{j-1})} \right] - u_d^j \left[ \frac{(1 - R_s^j)}{1 - c_b^j (1 - R_s^j)} \right]$$

Assim, a Eq. (3.16) e a Eq. (3.17) representam a equação de conservação da massa de gás e líquido para a célula unitária. Observa-se que do lado direito da equação, o primeiro termo representa a variação da massa de gás na região do filme e do pistão, o segundo e o terceiro a

diferença de velocidade do líquido no pistão entre pistões adjacentes, enquanto do lado esquerdo a diferença de velocidade de deslizamento entre pistões vizinhos. Essas equações possuem como incógnita as velocidades do líquido nos pistões  $j$  e  $j-1$ ,  $U_s^j$  e  $U_s^{j-1}$ , e a pressão na bolha alongada,  $P_G^j$ .

### 3.1.2 Conservação da quantidade de movimento na célula

O balanço de quantidade de movimento na direção axial é aplicado a um volume de controle que engloba a célula unitária,  $j^{\text{th}}$ , conforme representado pela Figura 3.2. De forma semelhante ao volume utilizado para o balanço de massa, duas superfícies coincidem com a parede do tubo, enquanto as outras duas correspondem a seção transversal das fronteiras da célula  $j^{\text{th}}$ ,  $x^j$  e  $x^{j-1}$ , que tem velocidade  $dx^j/dt$  e  $dx^{j-1}/dt$ , respectivamente.

Assim, aplicando-se a equação de conservação de quantidade de movimento para as fases de líquido e gás neste volume de controle, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & \frac{d}{dt} \int (U_L^j \rho_L + U_G^j \rho_G) dV_f + A \frac{d}{dt} \left[ (\rho_L R_s^j U_s^j + \rho_G^j (1 - R_s^j) U_b^j) L_s^j \right] + \\
 & + (U_{f,x^j} \dot{m}_{L,x^j} + U_{b,x^j} \dot{m}_{G,x^j}) - (U_{f,x^{j-1}} \dot{m}_{L,x^{j-1}} + U_{b,x^{j-1}} \dot{m}_{G,x^{j-1}}) = (P_G^j - P_G^{j+1}) A + \\
 & - g A \sin(\theta) \left\{ [\rho_L R_f^j + \rho_G^j (1 - R_f^j)] L_f^j + [\rho_L R_s^j + \rho_G^j (1 - R_s^j)] L_s^j \right\} + \\
 & - \tau_s^j S L_s^j - (\tau_f^j S_f^j + \tau_G^j S_G^j) L_f^j + \\
 & + g A \cos(\theta) D \left\{ \rho_L \xi_L^j R_f^j - \rho_L \xi_L^{j+1} R_f^{j+1} + \rho_G^j \xi_G^j (1 - R_f^j) - \rho_G^{j+1} \xi_G^{j+1} (1 - R_f^{j+1}) \right\}
 \end{aligned} \quad (3.18)$$

O primeiro e o segundo termo do lado esquerdo da Eq. (3.18) correspondem a variação de quantidade de movimento dentro do volume de controle para a região do filme e do pistão, respectivamente. Os dois termos restantes correspondem aos fluxos de momento que cruzam as fronteiras que delimitam o volume de controle. O lado direito da equação representa o balanço de forças atuantes sobre as superfícies do volume de controle e considera a diferença de pressão do gás no interior da bolha de duas bolhas consecutivas (1º termo), a força gravitacional no filme e no pistão (2º termo), as forças de atrito que atuam na parede na região do pistão e do filme (3º e 4º termo) e a força hidrostática gerada pela diferença de altura do filme de líquido nas fronteiras da célula (5º termo).

O termo referente a variação de momento na região do filme é difícil de ser modelado uma vez que o filme de líquido se comporta como uma superfície livre sujeita a ondas interfaciais (Madani et al., 2009 apud Rosa et al., 2015), e este comportamento não é capturado pelo modelo unidimensional. Porém, é possível estimá-lo através da equação de conservação de quantidade de movimento aplicada a um volume de controle que compreenda apenas a bolha alongada, onde as fronteiras do volume são  $y^j$  e  $x^{j-1}$ , conforme demonstrado na Figura 3.3.

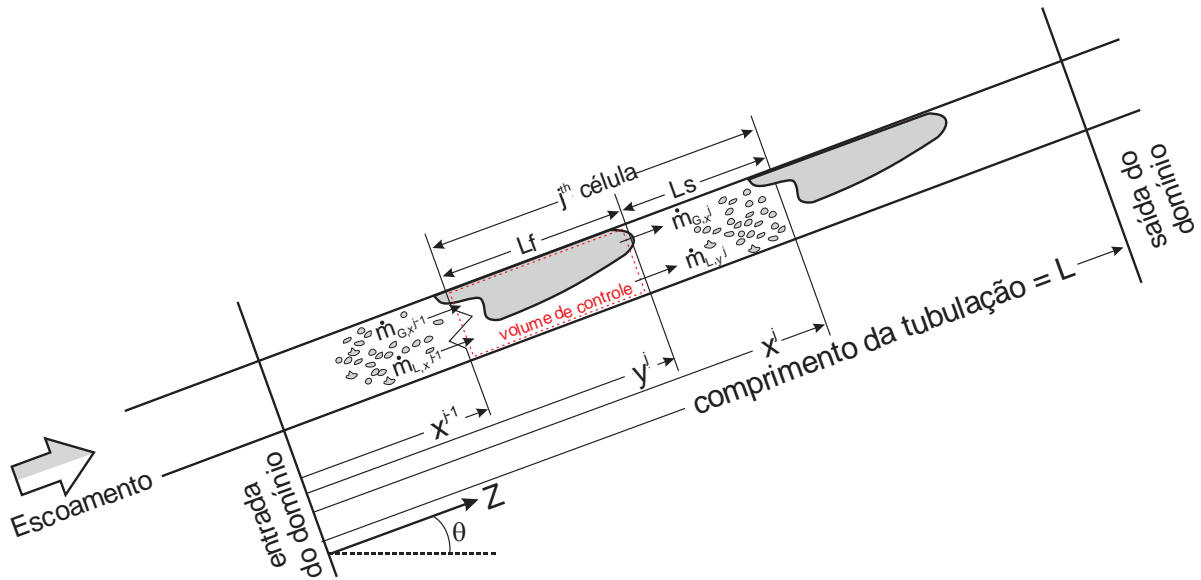


Figura 3.3 – Volume de controle limitado pelas fronteiras  $x^{j-1}$  e  $y^j$ .

Considerando a pressão constante na região do volume, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int (U_L^j \rho_L + U_G^j \rho_G) dV_f + (U_{f,y^j} \dot{m}_{L,y^j} + U_{G,y^j} \dot{m}_{G,y^j}) - \\ & + (U_{f,x^{j-1}} \dot{m}_{L,x^{j-1}} + U_{G,x^{j-1}} \dot{m}_{G,x^{j-1}}) = -gA \sin(\theta) \left\{ [\rho_L R_f^j + \rho_G (1 - R_f^j)] L_f^j \right\} - \quad (3.19) \\ & + (\tau_f^j S_f^j + \tau_G^j S_G^j) L_f^j + gA \cos(\theta) D \left\{ \rho_L \xi_L^j R_f^j - \frac{\rho_M}{2} + \rho_G \xi_G^j (1 - R_f^j) \right\} \end{aligned}$$

Isolando o termo de interesse, a variação de quantidade de movimento no filme pode ser estimada por:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \int (U_L^j \rho_L + U_G^j \rho_G^j) dV_f = & \left( U_{f,x^{j-1}} \dot{m}_{L,x^{j-1}} + U_{G,x^{j-1}} \dot{m}_{G,x^{j-1}} \right) - \\
& + \left( U_{f,y^j} \dot{m}_{L,y^j} + U_{G,y^j} \dot{m}_{G,y^j} \right) - gA \sin(\theta) \left\{ \left[ \rho_L R_f^j + \rho_G^j (1 - R_f^j) \right] L_f^j \right\} - \\
& + \left( \tau_f^j S_f^j + \tau_G^j S_G^j \right) L_f^j + gA \cos(\theta) D \left\{ \rho_L \xi_L^j R_f^j - \frac{\rho_M}{2} + \rho_G^j \xi_G^j (1 - R_f^j) \right\}
\end{aligned} \quad (3.20)$$

Substituindo a definição obtida pela Eq. (3.20) a Eq. (3.18) obtêm-se a equação de momento das fases gás e líquido:

$$\begin{aligned}
A \frac{d}{dt} \left[ \left( \rho_L R_s^j U_s^j + \rho_G^j (1 - R_s^j) U_b^j \right) L_s^j \right] - & \left( U_{f,y^j} \dot{m}_{L,y^j} + U_{G,y^j} \dot{m}_{G,y^j} \right) + \\
& + \left( U_{f,x^j} \dot{m}_{L,x^j} + U_{G,x^{j-1}} \dot{m}_{G,x^{j-1}} \right) + \left( U_{b,x^j} \dot{m}_{G,x^j} - U_{b,x^{j-1}} \dot{m}_{G,x^{j-1}} \right) = \\
& \left( P_G^j - P_G^{j+1} \right) A - gA \sin(\theta) \left\{ \left[ \rho_L R_s^j + \rho_G^j (1 - R_s^j) \right] L_s^j \right\} - \tau_s^j S L_s^j + \\
& + gA \cos(\theta) D \left\{ \frac{\rho_M}{2} - \rho_L \xi_L^{j+1} R_f^{j+1} - \rho_G^{j+1} \xi_G^{j+1} (1 - R_f^{j+1}) \right\}
\end{aligned} \quad (3.21)$$

Aplicando-se a hipótese de que a massa específica do líquido é muito maior que a massa específica do gás ( $\rho_L \gg \rho_G$ ), a Eq. (3.21) se reduz a:

$$\begin{aligned}
A \frac{d}{dt} \left[ \rho_L R_s^j U_s^j L_s^j \right] + & \left( U_{f,x^j} \dot{m}_{L,x^j} - U_{f,y^j} \dot{m}_{L,y^j} \right) = \left( P_G^j - P_G^{j+1} \right) A - \\
& \rho_L R_s^j L_s^j gA \sin(\theta) - \tau_s^j S L_s^j + \rho_L gA \cos(\theta) D \left\{ \frac{R_s^j}{2} - \xi_f^{j+1} R_f^{j+1} \right\}
\end{aligned} \quad (3.22)$$

Entretanto, é desejável para a resolução numérica do sistema de equações que a Eq. (3.22) esteja escrita em termos da velocidade do líquido no pistão,  $U_s$ . Desta forma, o termo de fluxo que está em função das velocidades do líquido no filme nas fronteiras  $x^j$  e  $y^j$  devem ser correlacionadas a velocidade  $U_s$ .

Devido a hipótese de que as propriedades relacionadas a aeração do pistão de líquido ( $R_s$ ,  $U_s$ ,  $U_b$ ) são constante ao longo do pistão, pode-se afirmar que  $U_{f,y^j} \equiv U_s^j$  (Rosa *et al.* (2015)). Quanto a velocidade do líquido no filme na fronteira  $x^j$ ,  $U_{f,x^j}$ , pode-se determinar uma expressão para a mesma a partir da correlação entre o fluxo de massa de líquido na fronteira  $x^j$ :

$$\dot{m}_{L,x^j} = \rho_L A R_f^{j+1} \left( U_{f,x^j} - \frac{dx^j}{dt} \right) \equiv \rho_L A R_s^j \left( U_s^j - \frac{dx^j}{dt} \right) \quad (3.23)$$



Diante desta igualdade é possível expressar  $U_{f,x^j}$  por:

$$U_{f,x^j} = \frac{dx^j}{dt} + \left( \frac{R_s^j}{R_f^{j+1}} \right) \left( U_s^j - \frac{dx^j}{dt} \right) \quad (3.24)$$

Assim, a partir das correlações expostas nas Eqs. (3.23) e (3.24) a Eq. (3.22) pode ser reescrita em função de  $U_s$ , como:

$$\begin{aligned} A \frac{d}{dt} [\rho_L R_s^j U_s^j L_s^j] + \rho_L R_s^j A \left( U_s^j - \frac{dx^j}{dt} \right)^2 \left( \frac{R_s^j}{R_f^{j+1}} - 1 \right) &= (P_G^j - P_G^{j+1}) A - \\ &+ \rho_L R_s^j L_s^j g A \sin(\theta) - \tau_s^j S L_s^j + \rho_L g A \cos(\theta) D \left\{ \frac{R_s^j}{2} - \xi_f^{j+1} R_f^{j+1} \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Sabe-se que a tensão de cisalhamento pode ser escrita em função dos fatores de atrito de Fanning e da velocidade da mistura, pela expressão:

$$\tau_s^j = \frac{1}{2} C_f \rho_M U_M |U_M| \quad (3.26)$$

Assim, substituindo a Eq. (3.26) na Eq. (3.25), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\rho_L R_s^j U_s^j L_s^j] + \rho_L R_s^j \left( U_s^j - \frac{dx^j}{dt} \right)^2 \left( \frac{R_s^j}{R_f^{j+1}} - 1 \right) &= (P_G^j - P_G^{j+1}) - \\ &+ \rho_L R_s^j L_s^j g \sin(\theta) - C_f \frac{1}{2} \rho_M U_M |U_M| \frac{S}{A} L_s^j + \rho_L g \cos(\theta) D \left\{ \frac{R_s^j}{2} - \xi_f^{j+1} R_f^{j+1} \right\} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Reescrevendo a velocidade da mistura,  $U_M$ , em função de  $U_s$  através de uma correlação entre as Eqs. (3.13) e (3.14) e desenvolvendo o termo da derivada da Eq. (3.27) tem-se:

$$\begin{aligned}
& \rho_L R_S^j L_S^j \frac{dU_S^j}{dt} + \rho_L R_S^j U_S^j \frac{dL_S^j}{dt} + \rho_L R_S^j (U_S^j)^2 \left[ 1 - \frac{dx^j / dt}{U_S^j} \right]^2 \left( \frac{R_S^j}{R_f^{j+1}} - 1 \right) = \\
& \quad (P_G^j - P_G^{j+1}) - \rho_L R_S^j L_S^j g \sin(\theta) - \\
& \quad \rho_L R_S^j U_S^j \left[ 2C_f \frac{\rho_M}{\rho_L} |U_M| \frac{L_S^j}{D} \left( \frac{1}{1 - c_b (1 - R_S^j)} \right) \right] - \\
& \quad + 2C_f \rho_M |U_M| u_D \frac{L_S^j}{D} \left( \frac{(1 - R_S^j)}{1 - c_b (1 - R_S^j)} \right) + \rho_L g \cos(\theta) D \left\{ \frac{R_S^j}{2} - \xi_f^{j+1} R_f^{j+1} \right\}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Reorganizando a Eq. (3.28) e evidenciando os termos comuns obtém-se:

$$\begin{aligned}
& \rho_L R_S^j L_S^j \frac{dU_S^j}{dt} + P_G^{j+1} - P_G^j + \\
& + \rho_L R_S^j (U_S^j)^2 \left\{ \frac{dL_S^j / dt}{U_S^j} + \left[ 1 - \frac{dx^j / dt}{U_S^j} \right]^2 \left( \frac{R_S^j}{R_f^{j+1}} - 1 \right) + 2C_f \frac{\rho_M}{\rho_L} \frac{|U_M|}{U_S^j} \frac{L_S^j}{D} \left( \frac{1}{1 - c_b (1 - R_S^j)} \right) \right\} \\
& = \rho_L R_S^j g D \left\{ \cos(\theta) \left( \frac{1}{2} - \xi_f^{j+1} \frac{R_f^{j+1}}{R_S^j} \right) - \frac{L_S^j}{D} \sin(\theta) \right\} - 2C_f \rho_M |U_M| u_D \frac{L_S^j}{D} \left( \frac{(1 - R_S^j)}{1 - c_b (1 - R_S^j)} \right)
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Semelhante ao proposto na equação final da conservação da massa, os coeficiente da equação são escritos a partir de parâmetros para facilitar a sua representação, assim a Eq. (3.29) pode ser escrita também, como:

$$K_5 \frac{dU_S^j}{dt} + K_6 U_S^j + P^{j+1} - P^j = K_7 \tag{3.30}$$

onde,

$$K_5 = \rho_L R_S^j L_S^j$$

$$K_6 = \rho_L R_S^j U_S^j \left\{ \frac{dL_S^j / dt}{U_S^j} + \left[ 1 - \frac{dx^j / dt}{U_S^j} \right]^2 \left( \frac{R_S^j}{R_f^{j+1}} - 1 \right) + 2C_f \frac{\rho_M}{\rho_L} \frac{|U_M|}{U_S^j} \frac{L_S^j}{D} \left( \frac{1}{1 - c_b (1 - R_S^j)} \right) \right\}$$

$$K_7 = \rho_L R_S^j g D \left\{ \cos(\theta) \left( \frac{1}{2} - \xi_f^{j+1} \frac{R_f^{j+1}}{R_S^j} \right) - \frac{L_S^j}{D} \sin(\theta) \right\} - 2C_f \rho_M |U_M| u_D \frac{L_S^j}{D} \left( \frac{(1 - R_S^j)}{1 - c_b (1 - R_S^j)} \right)$$

Desta forma, a Eq. (3.29) e Eq. (3.30) representam a equação de conservação de quantidade de movimento para a célula unitária. Observa-se que do lado esquerdo da equação encontra-se o termo de inércia do pistão de líquido, o termo de fluxo de quantidade de movimento, a tensão superficial e a variação de pressão entre células vizinhas, enquanto o lado direito apresenta os termos referentes a força gravitacional e hidrostática e a tensão superficial.

A partir da Eq. (3.17) e Eq. (3.30) obtêm-se um sistema acoplado de equações com duas incógnitas,  $U_s^j$  e  $P^j$ , que deve ser resolvido para cada célula no interior do duto para cada passo de tempo. Assim, este par de equações definem a evolução temporal da pressão e da velocidade do líquido no pistão do estado antigo para o novo. Outras duas equações importantes que representam este modelo são as formulações de deslocamento da frente da bolha e do pistão da célula  $j^{\text{th}}$  que estão apresentadas na Eq. (3.31) e (3.32), respectivamente.

$$\frac{dy^j}{dt} = U_T^j \quad (3.31)$$

$$\frac{dx^j}{dt} = \frac{dL_s^j}{dt} + U_T^j \quad (3.32)$$

Ainda, a partir da discretização da Eq. (3.31) define-se o deslocamento da célula ao longo da tubulação, resultando em:

$$y^N = y^O + U_T \Delta t \quad (3.33)$$

onde, os sobrescritos N e O representam os estados novo e antigo, respectivamente.

Segundo Rosa *et al.* (2015), o modelo proposto mostra-se mais robusto uma vez que está incluso todos os mecanismo de fluxo em escoamento unidimensional, porém mesmo diante desta qualidade, a dependência por equações de fechamento ainda está presente. Desta forma, a próxima subseção tem como objetivo apresentar as equações constitutivas utilizadas no modelo.

### 3.2 Equações de fechamento

O modelo proposto por Rosa *et al.* (2015), de modo semelhante a outros modelos existentes na literatura, necessita de equações de fechamento para determinar variáveis como a massa específica do gás ( $\rho_G$ ), a velocidade das bolhas dispersas ( $U_b$ ), a tensão de cisalhamento no pistão ( $\tau_s$ ), a velocidade de translação da bolha ( $U_T$ ), o centroide de pressão ( $\xi$ ) e a variação temporal do comprimento do pistão de líquido ( $dL_s/dt$ ) para viabilizar a solução do sistema de equações formado pelas Eq. (3.17) e Eq. (3.30) e as próximas subseções têm como objetivo apresentar as equações constitutivas utilizadas para as suas definições.

#### 3.2.1 Massa específica do gás, velocidade das bolhas dispersas e tensão cisalhante na parede no pistão de líquido

A massa específica, a velocidade das bolhas dispersas e tensão cisalhante na parede são determinadas de forma independente. Para a velocidade das bolhas dispersas e a tensão no pistão de líquido é utilizado o modelo de mistura para escoamento em bolhas dispersas. Assim, as propriedades da mistura como massa específica, velocidade e viscosidade devem ser conhecidas e são definidas, respectivamente, como:

$$\rho_M = \rho_L R_s + \rho_G (1 - R_s) \quad (3.34)$$

$$U_M = U_s R_s + U_b (1 - R_s) \quad (3.35)$$

$$\mu_M = \mu_L R_s + \mu_G (1 - R_s) \quad (3.36)$$

#### Massa específica do gás

A massa específica do gás é baseada na consideração de que o gás se comporta como gás ideal e, como o escoamento é considerado isotérmico, a mesma pode ser determinada a partir da equação dos gases ideais como:

$$\rho_G = \frac{P_G}{RT} \quad (3.37)$$

onde  $P_G$  é a pressão do gás na célula  $j^{\text{th}}$ ,  $R$  a constante dos gases e  $T$  a temperatura.

### Velocidade das bolhas dispersas

A equação proposta pelo modelo de mistura para a velocidade das bolhas dispersas assume que a mesma é dada pela soma da velocidade de deslizamento de uma bolha em um líquido estagnado e a contribuição da velocidade da mistura (Shoham (2005)). Esta variável foi previamente apresentada pela Eq. (3.12) durante a explanação da equação de conservação da massa, porém será repetida a seguir por conveniência:

$$U_b = c_b U_M + u_D \quad (3.12)$$

A mesma escrita em função da velocidade do líquido no pistão, também apresentada anteriormente, é definida como:

$$U_b = \frac{c_b U_S R_s + u_D}{1 - c_b (1 - R_s)} \quad (3.14)$$

Ainda, nesta equação necessita-se calcular a velocidade de deslizamento, que é dada por:

$$u_D = 1,54 \left( \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{0,25} (R_s)^2 \sin \theta \quad (3.38)$$

onde,  $\sigma$  é a tensão interfacial entre a água e ar ( $\sigma = 0,075 \text{ N/m}$ ).

### Tensão de cisalhamento

Baseado no modelo de mistura, o cálculo da tensão de cisalhamento na região do pistão de líquido foi representada previamente durante a apresentação da equação de conservação de quantidade de movimento pela Eq. (3.26) que será apresentada novamente por conveniência:

$$\tau_s^j = \frac{1}{2} C_f \rho_M U_M |U_M| \quad (3.26)$$

Os coeficientes de Fanning,  $C_f$ , são calculados pela relação de Blasius, como:

$$C_f = \begin{cases} \frac{16}{Re_M}, & \text{se } Re_M < 2000 \\ \frac{0,079}{Re_M^{0.25}}, & \text{se } Re_M > 2000 \end{cases} \quad (3.39)$$

onde o número de Reynolds da mistura é dado por:

$$Re_M = \frac{\rho_M U_M D}{\mu_M} \quad (3.40)$$

### 3.2.2 Velocidade de translação da bolha

O cálculo da velocidade de translação do nariz da bolha é realizado a partir da superposição de três efeitos, primeiramente a relação entre a velocidade da mistura a frente da bolha e a velocidade do nariz da bolha, seguida pela caracterização da velocidade de deslizamento de uma bolha alongada quando inserida em um líquido estacionário, e finalmente, a influência da esteira da bolha, conforme mencionado por Rodrigues (2009). A Eq. (3.41) representa a superposição destes efeitos:

$$U_T = \left( C_0 U_M + C_\infty \sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho_L} g D} \right) (1 + h(L_s)) \quad (3.41)$$

onde  $C_0$  é o parâmetro de distribuição,  $C_\infty$  o parâmetro de deslizamento e  $h$  a constante de esteira.

O parâmetro  $C_0$  está relacionado a velocidade do líquido a frente da bolha. Diversos estudos foram realizados afim de obter os dados desta constante para diversas configurações de velocidade de líquido. Segundo Bendiksen (1984) existe uma dependência de  $C_0$  em função do regime de escoamento, onde  $C_0$  é próximo de 2 para escoamento laminar enquanto para escoamento turbulento pode variar entre 1,0 e 1,2 de acordo com o valor do número de Froude ( $Fr_M$ ). Onde, Froude é calculado pela Eq. (3.42):

$$Fr_M = \frac{U_M}{\sqrt{gD}} \quad (3.42)$$

Em relação ao parâmetro de deslizamento,  $C_\infty$ , o mesmo considera o movimento de uma bolha alongada de gás escoando em um meio líquido estacionário onde a força gravitacional, a viscosidade e a tensão superficial pode interferir no movimento da bolha. Diversos estudos foram realizados afim de definir teorias para o cálculo deste parâmetro em escoamentos horizontal e verticais.

A Tabela 3.1 representa os parâmetros  $C_0$  e  $C_\infty$  em função do número de Reynolds ( $Re_M$ ) e Froude ( $Fr_M$ ) da mistura, do número de Eötvos ( $Eo$ ) e da inclinação da tubulação, apresentado inicialmente por Bendiksen (1984) e corrigido a tensão superficial no parâmetro de deslizamento por Viana *et al.* (2003).

Tabela 3.1 – Parâmetros da velocidade de translação da bolha.

$Re_M$	$Fr_M$	$C_0$	$C_\infty$
$\geq 2000$	$\geq 3,5$	1,2	$\frac{0,34}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \sin \theta$
	$< 3,5$	1,0	$\left(0,542 - \frac{1,76}{Eo^{0,56}}\right) \cos \theta + \frac{0,345}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \sin \theta$
$< 2000$	-	2,0	$\left(0,542 - \frac{1,76}{Eo^{0,56}}\right) \cos \theta + \frac{0,345}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \sin \theta$

Onde, o número de Eötvos é definido pela Eq. (3.43):

$$Eo = \frac{(\rho_L - \rho_G)gD^2}{\sigma} \quad (3.43)$$

Ainda, para a definição da velocidade de translação da bolha é necessário definir o fator de esteira que tem como objetivo quantificar a influência da esteira da bolha precedente na velocidade da bolha alongada. Uma vez que o comprimento do pistão,  $L_s$ , é pequeno o suficiente a esteira da bolha causa a aceleração da bolha antecedente podendo resultar na coalescência das mesmas. Esse fenômeno governa a interação entre as bolhas e é responsável pela alteração do comprimento da bolha alongada e do pistão, da velocidade e da frequência devido a coalescência das bolhas.

O fator de esteira é função do comprimento do pistão e é definido pela Eq. (3.44) como:

$$h(L_s) = a_w \text{Exp} \left( -b_w \cdot \frac{L_s}{D} \right) + c_w \quad (3.44)$$

onde,  $a_w$ ,  $b_w$  e  $c_w$  são parâmetros adimensionais.

Estes parâmetros são sensíveis a orientação do escoamento (vertical, horizontal e inclinado). Diversos autores definiram valores para estes parâmetros, entretanto não existe um consentimento universal entre os pesquisadores, conforme demonstrado na Tabela 3.2

Tabela 3.2 – Parâmetros da função da esteira. Fonte: Rosa *et al.* (2015).

Autores	$a_w$	$b_w$	$c_w$	Inclinação da tubulação
Moissis e Griffith (1962)	8	1,06	0	+90°
Taitel e Barnea (1993)	5,5	$6/(L_{stab}/D)$	0	+90°
Grenier (1997)	0,4	0,5	0	0°
Fagundes Netto (1999)	$0,22(1-L_s/L_{crit})$	0,16	0	0°
Cook e Behnia (2000)	0,56	0,46	0	+5°
Van Hout <i>et al.</i> (2003)	0,27	-0,51	$(L_s/D)^{-1,4}$	+10°
	0,75	-0,47	$(L_s/D)^{-1}$	+30°

onde,  $10 < L_{stab}/D < 15$  e  $L_{crit}/D = 6,3$

### 3.2.3 Centróide de pressão

Para o cálculo da força hidrostática gerada devido a diferença de altura entre os filmes de líquido nas fronteiras da célula é necessário estabelecer uma hipótese sobre a interface entre o gás e o líquido na região da bolha afim de determinar o centroide de pressão.

Em tubulações horizontais e levemente inclinada, a região do filme tem uma interface plana separando a bolha alongada posicionada na parte superior do duto e o filme de líquido na parte inferior. Essa configuração é amplamente aceita, porém é tipicamente encontrada em escoamento com baixos ou moderados valores de Froude (Mazza *et al.* (2010)). Considerando



assim interface plana na região da bolha, conforme demonstrada na Figura 3.1, é possível definir o ângulo interno,  $\lambda$ , através de relação trigonométrica como função da altura do filme,  $h_f$ :

$$\lambda = 2 \cos^{-1} \left( 1 - 2 \frac{h_f}{D} \right) \quad (3.45)$$

Assim, através de manipulações matemáticas, como expresso por Mazza *et al.* (2010), o centroide de pressão para o filme pode ser calculado em função do ângulo interno e do *holdup* de líquido no filme, como:

$$\xi_f = \frac{1}{3\pi R_f} \sin^3 \left( \frac{\lambda}{2} \right) + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{\lambda}{2} \right) \quad (3.46)$$

onde  $R_f$  é calculado em função do ângulo interno, por:

$$R_f = \frac{\lambda - \sin(\lambda)}{2\pi} \quad (3.47)$$

### 3.2.4 Variação temporal do comprimento do pistão de líquido

O termo  $dL_S/dt$  encontrado na equação de quantidade de movimento (Eq. 3.29) é estimado através do balanço de massa de gás na região do filme, pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{dL_S^j}{dt} \equiv \left( \frac{dx^j}{dt} - \frac{dy^j}{dt} \right) &= \frac{(1 - R_S^j)(U_b^j - U_b^{j+1})}{(R_{f,x^j} - R_S^j)} + (U_T^{j+1} - U_T^j) - \\ &+ \left[ \frac{(1 - R_f^{j+1})L_f^{j+1} + (1 - R_S^j)L_S^{j+1}}{(R_{f,x^j} - R_S^j)} \right] \left( \frac{1}{P_G^{j+1}} \frac{dP_G^{j+1}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Entretanto, a Eq. (3.48) é complexa e pode ser simplificada considerando  $R_S=1$ . Substituindo também a velocidade da fronteira  $y^j$  por  $U_T$ , obtêm-se:

$$\frac{dx^j}{dt} = U_T^{j+1} + \left( \frac{L_f^{j+1}}{P_G^{j+1}} \frac{dP_G^{j+1}}{dt} \right) \quad (3.49)$$

Assim, a partir da Eq. (3.49) verifica-se que a velocidade da traseira da bolha (fronteira  $x^j$ ) retarda a velocidade de translação da bolha devido a expansão do gás.

Introduzido o equacionamento das equações constitutivas é necessário conhecer o método de resolução do sistema de equações e quais as condições de contorno necessárias para a simulação. Desta forma, a próxima subseção tem objetivo apresentar tais características do modelo.

### 3.3 Modelo numérico

O modelo matemático de Rosa *et al.* (2015), expresso pelas Eq. (3.17) e Eq. (3.30) juntamente com as equações de fechamento, formam um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) que precisam ser resolvidas em um processo de marcha no tempo. Assim, os autores adotaram como esquema de discretização o método semi-implícito de Crank-Nicholson, obtendo um sistema de equações que depois de resolvido numericamente retornam os valores de  $P_G$  e  $U_S$  em um tempo novo para todas as células no interior do duto.

As duas principais equações a serem discretizadas em relação ao tempo são as de conservação da massa e quantidade de movimento, repetidas a seguir por conveniência:

$$K_1 \frac{dP_G^j}{dt} - K_2 U_S^{j-1} + K_3 U_S^j = K_4 \quad (3.17)$$

$$K_5 \frac{dU_S^j}{dt} + K_6 U_S^j + P^{j+1} - P^j = K_7 \quad (3.30)$$

A equação resultante da discretização da Eq. (3.17), pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} 2K_1 \frac{(P_G^j)^N}{\Delta t} - K_2 (U_S^{j-1})^N + K_3 (U_S^j)^N &= 2K_1 \frac{(P_G^j)^O}{\Delta t} + \\ &+ K_2 (U_S^{j-1})^O - K_3 (U_S^j)^O + 2K_4 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Por fim, a Eq. (3.30) discretizada é:

$$\begin{aligned} \left( U_s^j \right)^N \left( \frac{2K_5}{\Delta t} + K_6 \right) + \left( P_G^{j+1} \right)^N - \left( P_G^j \right)^N = \left( U_s^j \right)^O \left( \frac{2K_5}{\Delta t} + K_6 \right) - \\ + \left( P_G^{j+1} \right)^O + \left( P_G^j \right)^O + 2K_7 \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde os sobrescritos N e O representam o tempo atual e antigo, respectivamente.

Aplicando-se as Eq. (3.50) e Eq. (3.51) a todas as células do duto é obtido um sistema matricial que pode ser representado através de:

$$A \cdot X = B \quad (3.52)$$

onde A é a matriz dos coeficientes, X o vetor de incógnitas e B o vetor de termos independentes, que são escritos como:

$$\begin{bmatrix} AI_1 & AID_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & AP_1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -AIE_2 & AI_2 & AID_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & AP_2 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -AIE_n & AI_n & AID_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & AP_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_1 \\ U_1 \\ P_2 \\ U_2 \\ \vdots \\ P_n \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} BI_1 \\ BP_1 \\ BI_2 \\ BP_2 \\ \vdots \\ BI_n \\ BP_n \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Sendo:

$$AI_j = \frac{2K_1}{\Delta t}$$

$$AID_j = K_3$$

$$AIE_j = -K_2$$

$$AP_j = \frac{2K_5}{\Delta t} + K_6$$

$$BI_j = 2K_1 \frac{\left( P_G^j \right)^O}{\Delta t} + K_2 \left( U_s^{j-1} \right)^O - K_3 \left( U_s^j \right)^O + 2K_4$$

$$BP_j = \left( U_s^j \right)^O \left( \frac{2K_5}{\Delta t} + K_6 \right) - \left( P_G^{j+1} \right)^O + \left( P_G^j \right)^O + 2K_7$$

onde  $j$  é o número da célula no interior do duto que varia entre a primeira célula no interior do domínio de cálculo (célula 1) até uma célula  $n$ .

Verifica-se através da Eq. (3.53) que a matriz de coeficiente  $A$  é tridiagonal, uma vez que possui elementos apenas na diagonal principal e nas duas diagonais secundárias. Desta forma, o sistema é resolvido computacionalmente de forma simples através de um TDMA (Tridiagonal Matrix Algorithm). Entretanto, para a resolução do processo numérico é necessário conhecer e definir as condições iniciais e de contorno fundamentais para a simulação do escoamento.

Uma vez que o procedimento numérico consiste em uma marcha no tempo a partir de um tempo inicial ( $t = 0$ ), as propriedades de todas as células no interior da tubulação devem ser conhecidas. Portanto, afim de simplificar a condição do instante inicial considera-se que em  $t = 0$  s a tubulação está preenchida completamente de líquido e a primeira bolha alongada se encontra na entrada da tubulação ( $z = 0$ ). Desta forma, no início da simulação, só existe uma célula no interior do duto e suas propriedades são calculadas através de metodologias para escoamento monofásico.

Quanto a condição de contorno, percebe-se a partir das Eq. (3.50) e Eq. (3.51) que os dados de velocidade do líquido no pistão na entrada,  $U_s^0$ , e a pressão do gás na saída,  $P_G^{n+1}$ , devem ser conhecidas para todos os instantes da simulação. Desta forma, a atribuição do valor da pressão na saída é fornecida como condição de contorno, enquanto a velocidade do líquido no pistão na entrada é calculada a cada instante de tempo através das propriedades atribuídas as células na entrada do domínio de cálculo.

Estas propriedades são fornecidas aos modelos uma vez que o modelo é incapaz de reproduzir o processo de formação do escoamento em golfadas. O modelo só pode ser aplicado após o escoamento em golfadas ter se estabelecido, simulando seu comportamento, evolução e a interação entre as células. Deste modo, como uma condição de contorno, a cada célula inserida ao duto são atribuídos os dados de velocidade superficial do gás e do líquido ( $J_G$  e  $J_L$ ), o comprimento da bolha e do pistão ( $L_f$  e  $L_s$ ), o holdup de líquido no filme e no pistão ( $R_f$  e  $R_s$ ) e o centroide de pressão ( $\xi$ ). Entretanto, definir estas propriedades é uma tarefa difícil. Os cálculos destes parâmetros baseiam-se em dados experimentais ou em correlações de fechamento. Procura-se estimar essa distribuição o mais próximo dos dados experimentais, uma vez que sua imprecisão pode acarretar em resultados errôneos ao longo da tubulação (Rosa *et al.* (2015)).

Alguns pesquisadores inseriram a intermitência do escoamento em golfadas através de uma distribuição aleatória das propriedades na entrada, como é o caso de Taitel e Barnea (1993), Taitel e Barnea (1998) e Rodrigues (2009). No entanto, é possível também utilizar uma condição de contorno onde são atribuídas propriedades iguais para todas as células inseridas no duto, nomeadas de condições de contorno periódicas. Rosa *et al.* (2015) propôs em seu trabalho uma comparação entre a utilização da distribuição aleatória ou periódica na entrada e verificou que a influência do tipo de inserção de células na entrada diminui ao decorrer do escoamento.

Neste trabalho será utilizado tanto a condição aleatória, quanto a condição periódica e será verificado qual fornece o melhor resultado para este caso. Maiores informações sobre as condições de contorno abordadas neste trabalho serão apresentadas no Capítulo 4.

Todo o sistema de equações proposto por Rosa *et al.* (2015) é resolvido através de um programa orientado a objeto na linguagem FORTRAN, sendo que maiores detalhes sobre o programa e sua implementação podem ser encontrados em Rodrigues (2009). As condições de simulação são fornecidas ao sistema através de um arquivo de entrada chamado de SalvaSlug.dat, mostrado na Figura 3.4, que fornece os dados referentes a posição das sondas virtuais (*probes*) que são responsáveis por registrar os parâmetros do escoamento em golfadas, as configurações do duto (comprimento, diâmetro, inclinação), o passo de tempo da simulação, as propriedades dos fluidos (massa específica do gás e do líquido), a definição dos parâmetros do efeito de esteira ( $a_w$  e  $b_w$ ), a pressão do gás na saída do duto, entre outros parâmetros.



Neste capítulo foi apresentado a formulação da equação de conservação de massa e quantidade de movimento, as equações de fechamento e o método numérico proposto pelo modelo de Rosa *et al.* (2015). Assim, a partir das equações do modelo foram identificadas as propriedades que devem ser fornecidas como condição de contorno, e ainda estabelecidos os dados de entrada necessários para a simulação do escoamento em golfadas. A próxima seção tem a finalidade de apresentar as características das três condições de contorno propostas por este trabalho, evidenciar as propriedades utilizadas para a simulação e demonstrar os procedimentos realizados para a obtenção dos resultados.

## 4 SIMULAÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS

Este capítulo tem por finalidade apresentar as condições de simulação e o processamento de dados realizadas para a obtenção da velocidade das ondas de pressão e fração de vazio. Primeiramente, são introduzidas as três condições de contorno propostas neste trabalho visando demonstrar suas características e peculiaridades. A segunda seção expõe a configuração das simulações (tubulação, propriedades físicas dos fluidos, sondas virtuais), seguida pela apresentação dos procedimentos de média aplicados aos resultados obtidos pelo modelo de seguimento de pistões. Por fim, apresenta-se o método utilizado para a definição da velocidade das ondas de pressão e fração de vazio.

### 4.1 Condição de contorno

Conforme descrito na seção 3.3 a condição de contorno tem como finalidade fornecer uma lista de propriedades ( $J_G$ ,  $J_L$ ,  $L_f$ ,  $L_S$ ,  $R_f$ ,  $R_S$ ,  $\xi$ ) que serão atribuídas a cada célula introduzida ao duto. Neste trabalho utilizou-se duas opções para o tipo de condição de contorno visando verificar a influência da condição de contorno na determinação da velocidade da onda de pressão e fração de vazio para escoamento transiente em regime de golfada, sendo uma com distribuição aleatória e outra periódica. Na condição aleatória, cada célula que adentra ao duto tem propriedades distintas com um valor médio desejado para o regime permanente e distribuição normal. Na periódica, todas as células têm as mesmas propriedades e corresponde ao valor médio desejado.

Similar ao realizado pela campanha experimental de Dalla Maria (2016), realizaram-se quatro testes com diferentes velocidades superficiais de gás e líquido para estudar o escoamento transiente em *slug flow*. No primeiro teste (Teste #1), a vazão volumétrica do líquido permanece constante enquanto diminui-se a vazão volumétrica do gás. No segundo teste (Teste #2), de forma semelhante ao Teste #1, a vazão volumétrica do líquido manteve-se constante, porém a vazão volumétrica da fase gasosa é acrescida. No teste três (Teste #3), diminui-se a vazão volumétrica do líquido enquanto a fase gasosa permanece constante. Finalmente, no teste quatro (Teste #4) a fase gasosa mantém-se inalterada e aumenta-se a vazão volumétrica de líquido. Na Tabela 4.1 são explicitas as velocidades superficiais dos estados permanente para cada teste.



Tabela 4.1 – Velocidades superficiais das fases líquida e gasosa dos estados permanentes iniciais e finais dos quatro testes.

Estados Permanentes	Teste #1		Teste #2		Teste #3		Teste #4	
	J <sub>L</sub> [m/s]	J <sub>G</sub> [m/s]	J <sub>L</sub> [m/s]	J <sub>G</sub> [m/s]	J <sub>L</sub> [m/s]	J <sub>G</sub> [m/s]	J <sub>L</sub> [m/s]	J <sub>G</sub> [m/s]
Inicial	0,60	0,54	0,60	0,28	0,60	0,54	0,30	0,57
Final	0,60	0,27	0,59	0,53	0,30	0,57	0,60	0,56

Verifica-se através da Tabela 4.1 que o teste #1 e #2 são antissimétricos, análogo aos testes #3 e #4. O estado permanente inicial é o período compreendido pelo início da gravação dos dados de  $P_G$  e  $U_S$  até o instante em que é introduzido o transiente ao escoamento (exatamente 30 s). O estado permanente final consiste no período entre a estabilização da pressão até o fim da simulação.

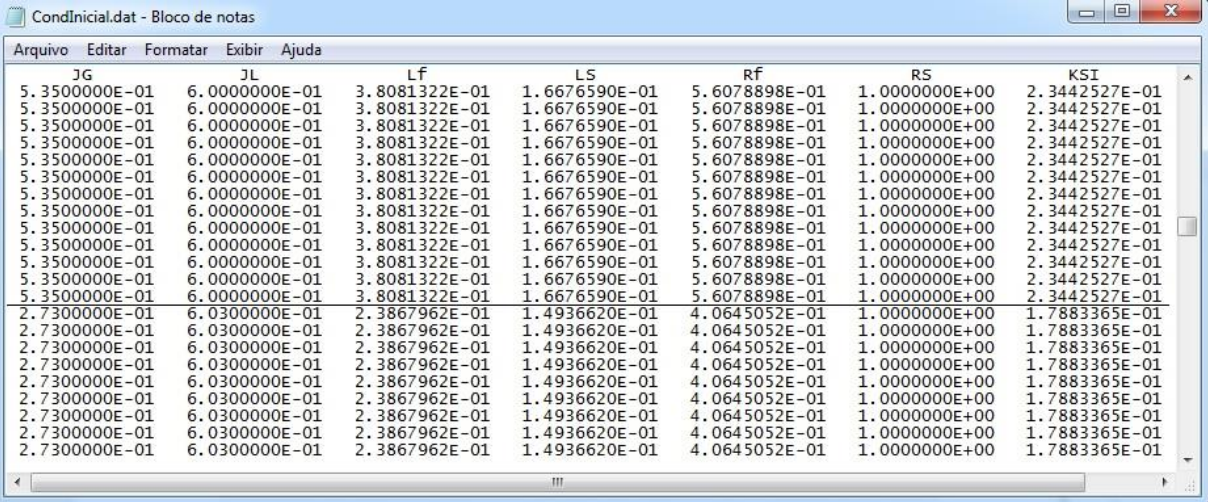
Uma vez que o transiente é introduzido ao escoamento através da condição de contorno, a mesma deve apresentar duas etapas que consistem nos dados de cada estado permanente. Desta forma, optou-se por aguardar a saída de no mínimo 600 bolhas do duto com as propriedades do primeiro estado permanente para garantir o desenvolvimento do escoamento até atingir o regime permanente, e posteriormente uma nova condição é iniciada para que seja introduzido o novo estado permanente e consequentemente provoca-se uma perturbação ao escoamento. Após o estabelecimento do segundo estado permanente esperou-se que no mínimo outras 600 células saíssem da tubulação antes de finalizar a simulação.

As três condições de contorno abordadas neste trabalho são:

- Condição de contorno periódica (CP): As propriedades das células de cada estado permanente são constantes, ou seja, todas as células que adentram ao duto têm as mesmas propriedades. A partir de um dado instante o novo estado permanente é introduzido de forma abrupta, ocasionando uma variação brusca nas propriedades desejadas.
- Condição de contorno periódica com rampa (CPR): Mantêm-se as propriedades das células constantes nos estados permanentes final e inicial, porém a partir de um dado instante as propriedades desejadas variam suavemente entre o primeiro e segundo estado permanente.

- Condição aleatória (CA): As propriedades de cada célula que adentra ao duto são diferentes, adicionando assim a intermitência do escoamento em golfadas. A transição entre os dois estados permanentes acontece também em um instante desejado.

A Figura 4.1 exemplifica a transição na condição de contorno entre os estados permanentes para a condição periódica. Conforme pode ser visto na Figura 4.1, a partir de um determinado instante, representado por um linha no arquivo CondInicial.dat, as propriedades são alteradas para o novo estado permanente. Nas próximas subseções serão apresentados os métodos de definição das propriedades de cada célula das três condições de contorno.



JG	JL	LF	LS	RF	RS	KSI
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
5.3500000E-01	6.0000000E-01	3.8081322E-01	1.6676590E-01	5.6078898E-01	1.0000000E+00	2.3442527E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01
2.7300000E-01	6.0300000E-01	2.3867962E-01	1.4936620E-01	4.0645052E-01	1.0000000E+00	1.7883365E-01

Figura 4.1 – Cond.Inicial.dat periódica para o Teste #1 na região da transição entre os estados permanentes.

#### 4.1.1 Condição de contorno periódica

Na condição de contorno periódica define-se os parâmetros das células baseado nos dados médios encontradas pela campanha experimental de Dalla Maria (2016) para os estados iniciais e finais dos quatro testes.

Dalla Maria (2016) fornece os valores médios de  $J_G$ ,  $J_L$ ,  $L_f$  e  $L_s$  para quatro posições ao longo da tubulação, chamadas de estações de medição, sendo que os dados da primeira estação são utilizados como os dados de entrada do modelo numérico, uma vez que esta estação corresponde à entrada do domínio de cálculo. Segundo o autor, as velocidades superficiais do líquido e do gás são suficientemente baixas para que todo o gás seja transportado unicamente

pelas bolhas alongadas, ou seja, têm-se apenas pistões de líquido não aerados. Assim, durante as simulações dos quatros testes assume-se que  $R_S$  é igual a 1.

Definido os parâmetros acima citados, resta estimar os valores de  $R_f$  e  $\xi$ . O holdup de líquido no filme pode ser definido a partir da fração de vazio média da unidade,  $\alpha$ , fornecido também por Dalla Maria (2016) para as quatro estações de medição. Têm-se que a fração de vazio da unidade é dada pela Eq. (4.1):

$$\alpha = \frac{V_{Gu}}{V_T} = \frac{\alpha_f V_f + \alpha_S V_S}{V_T} \quad (4.1)$$

onde  $V_{Gu}$  é o volume de gás da unidade,  $V_T$  o volume total da unidade,  $V_f$  e  $V_S$  o volume do filme e do pistão, respectivamente. Uma vez que o pistão de líquido é não aerado e o volume do filme e do pistão podem ser reescritos em função do comprimento da bolha e do pistão e da área, pode se definir  $\alpha$ , como:

$$\alpha = \alpha_f \beta \quad (4.2)$$

E assim, a partir da Eq. (2.6) define-se o holdup de líquido no filme. Em relação a estimativa do centroide de pressão,  $\xi$ , calcula-se o mesmo através da Eq. (3.46). Enfim, todas as propriedades das células podem ser estimadas. Na Tabela 4.2 apresenta-se as propriedades utilizadas na condição de contorno periódica para cada teste.

Tabela 4.2 – Propriedades dos estados permanentes dos Teste #1 ao #4.

Teste	Estado permanente	$J_G$ [m/s]	$J_L$ [m/s]	$L_f$ [m]	$L_S$ [m]	$R_f$	$R_S$	$\xi$
#1	Inicial	0,54	0,60	0,38	0,17	0,44	1,00	0,23
	Final	0,27	0,60	0,24	0,15	0,59	1,00	0,18
#2	Inicial	0,28	0,60	0,24	0,15	0,59	1,00	0,18
	Final	0,53	0,59	0,38	0,17	0,42	1,00	0,24
#3	Inicial	0,54	0,60	0,38	0,17	0,44	1,00	0,23
	Final	0,57	0,30	1,07	0,33	0,29	1,00	0,29
#4	Inicial	0,57	0,30	1,07	0,33	0,29	1,00	0,29
	Final	0,55	0,60	0,38	0,17	0,42	1,00	0,24

Confirma-se através da Tabela 4.2 que as propriedades dos Testes #1 e #2 são antissimétricas, uma vez que as propriedades do estado inicial e final do primeiro teste são semelhantes ao Teste #2, entretanto apresentam-se na ordem inversa. O mesmo acontece quando se analisa as propriedades referentes aos Testes #3 e #4.

#### 4.1.2 Condição periódica com rampa

A condição de contorno periódica com rampa possui as propriedades coincidentes à anterior (vide Tabela 4.2). Entretanto, introduz-se uma rampa na velocidade superficial da fase alterada entre o estado permanente inicial e final. Esta abordagem permite que a variação de  $J_G$  ou  $J_L$  seja introduzida ao escoamento de uma forma mais suave quando comparada a condição anterior.

Essa proposta foi fundamentada pelo fato de que os dados experimentais de Dalla Maria (2016) apontam um perfil suave para as velocidades superficiais do líquido ou do gás entre o estado permanente inicial e final, ou seja, a variação de velocidade não alcança as estações com um salto, e sim de forma gradativa. Assim, uma condição de contorno propondo uma variação suave entre os dois estados permanentes é mais representativa.

Sabe-se por Dalla Maria (2016) que a rampa para os quatro testes é de aproximadamente 6 s. Entretanto, a introdução da rampa à condição de contorno não está diretamente ligada ao tempo necessário para atingir o novo estado de velocidade, e sim pelo número de células que adentram ao duto neste tempo. Deste modo, utilizou-se uma correlação afim de definir a quantidade de células que deveriam ser acrescidas à condição de contorno para garantir uma rampa com o tempo desejado. Esta correlação foi baseada em uma relação entre o tempo necessário para que uma célula percorra todo o duto ( $t_C$ ) e o tempo desejado para a rampa ( $t_D$ ), dada por:

$$N_C = \frac{t_D}{t_C} \quad (4.3)$$

onde  $N_C$  é o número de células a serem acrescidas a condição de contorno entre os estados permanentes visando se estabelecer a rampa.

Calcula-se  $t_C$  a partir das propriedades do segundo estado permanente, através de:

$$t_c = \frac{L_f + L_s}{J_G + J_L} \quad (4.4)$$

Mediante ao cálculo do número de células a serem inseridas a condição de contorno, utilizou-se uma função arco tangente para gerar a rampa baseada nos valores médios da velocidade dos estados permanentes. A Figura 4.2 exemplifica a variação temporal da velocidade superficial da fase alterada, neste caso  $J_G$ , comparando as condições de contorno periódica com e sem rampa.

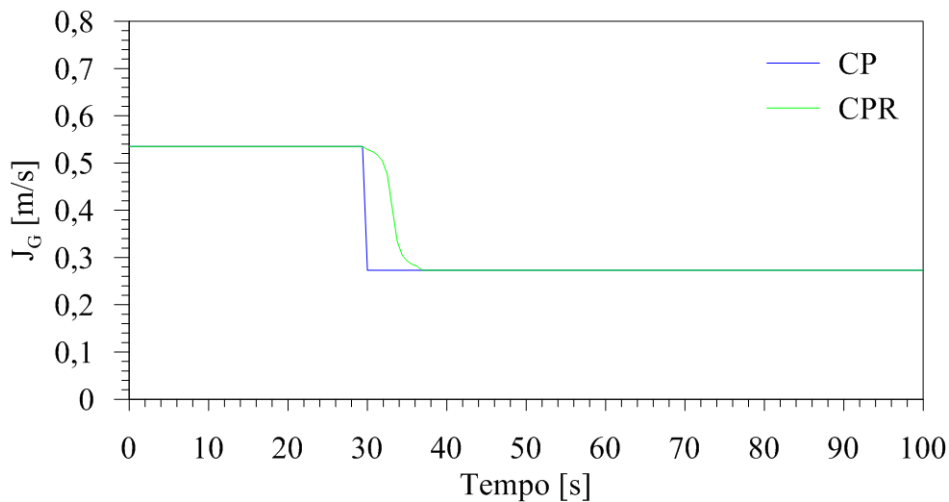


Figura 4.2 – Comparação da variação temporal da velocidade superficial do gás no Teste #1 entre as condições de contorno periódica com e sem rampa, CPR e CP, respectivamente.

No entanto, a utilização de CPR vincula-se a necessidade de definir qual o tempo representativo para a rampa. Poder-se-ia utilizar diversos tempos que forneceriam rampas mais ou menos gradativas, contudo não existiria uma correlação que definisse um tempo característico genérico para qualquer cenário. Assim, afim de obter uma maneira genérica para o cálculo deste tempo foi proposto uma relação baseada na analogia do modelo de Rosa *et al.* (2015) com o sistema massa-mola-amortecedor.

Semelhante ao demonstrado por Navarro (2010), pode-se propor uma solução acoplada entre as Eqs. (3.17) e (3.30) que resulta em um sistema análogo ao sistema massa-mola-amortecedor, representado pela equação a seguir:

$$M\ddot{U}_s^j + A\dot{U}_s^j + kU_s^j = F(t) \quad (4.5)$$

onde  $M$  representa a massa do sistema,  $A$  a constante de amortecimento,  $k$  a constante da mola e  $F(t)$  a força de excitação, dados para este caso por:

$$M = K_1 K_5$$

$$A = K_1 K_6$$

$$K = K_3$$

$$F(t) = K_4 + K_1 \frac{dP^{j+1}}{dt} + K_1 K_7 + K_2 U_S^{j-1}$$

Sabe-se que considerando a força de excitação igual a zero, a Eq. (4.5) torna-se uma equação diferencial homogênea. Assim, a partir da equação homogênea, admite-se uma solução na forma de:

$$U_S^j = e^{zt} \quad (4.6)$$

onde  $z$  é uma constante.

Substituindo a Eq. (4.6) na Eq. (4.5), obtêm-se a equação característica dada por:

$$z^2 + \frac{A}{M}z + \frac{k}{M} = 0 \quad (4.7)$$

Sendo que as duas raízes desta equação são:

$$z_{1,2} = -\frac{A}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2M}\right)^2 - \frac{k}{M}} \quad (4.8)$$

Em consequência, a solução geral é dada pela combinação das duas raízes, resultando em:

$$U_S^j = e^{(-A/2M)t} \left( A e^{\left(\sqrt{(A/2M)^2 - k/M}\right)t} + B e^{\left(-\sqrt{(A/2M)^2 - k/M}\right)t} \right) \quad (4.9)$$

Segundo Thomson (1978), o primeiro termo ( $e^{(-A/2M)t}$ ) representa simplesmente a função de tempo exponencial declinante, ou seja a taxa de amortecimento do sistema.

Uma vez que a velocidade na campanha experimental foi alterada bruscamente através da válvula de fechamento rápido e/ou do inversor de frequência pode-se dizer que a variação gradativa da velocidade se deve ao fato de que o escoamento necessita de um determinado

tempo para amortecer esta variação e atingir o novo estado de velocidade. Desta forma, foi proposto uma estimativa do tempo característico para a rampa através da taxa de amortecimento exposta pelo primeiro termo da Eq. (4.9).

Sabe-se que para a função exponencial declinante tenda a zero é necessário que o expoente seja suficientemente grande. Então, considera-se que:

$$\left( \frac{A}{2M} \right) t \gg 1 \quad (4.10)$$

Desta maneira, pode-se calcular uma estimativa para o tempo característico ( $t_c$ ) da rampa por:

$$t_c \gg \frac{2M}{A} \quad (4.11)$$

Para a definição dos coeficientes M e A para o cálculo do tempo característico, as constantes  $K_5$  e  $K_6$  foram analisados de forma a definir por uma escala de grandeza quais termos apresentam maior influência. Assim, o tempo característico pode ser calculado através de:

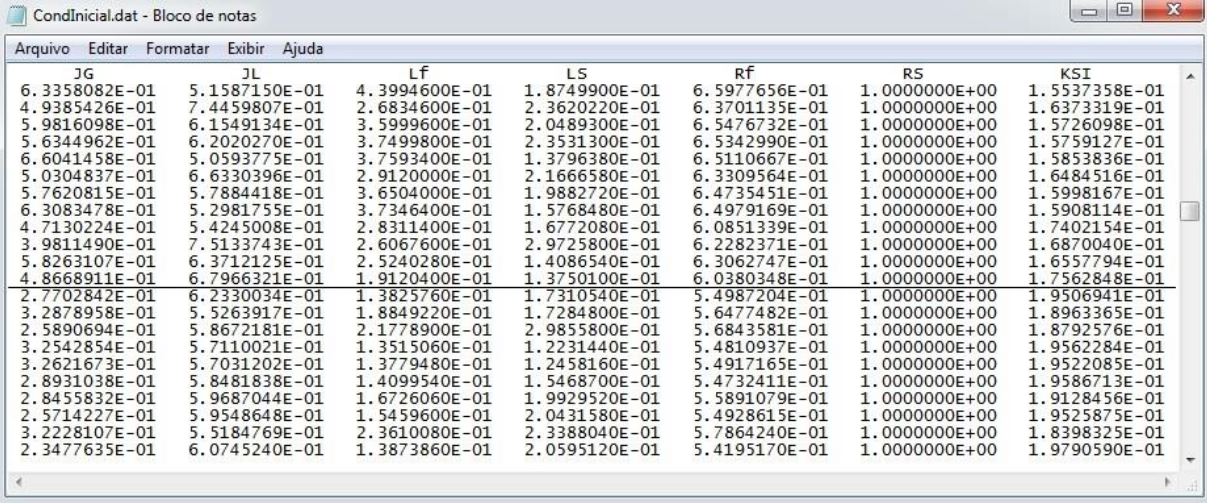
$$t_c \gg \frac{\rho_L D}{C_f \rho_m \Delta V} \quad (4.12)$$

A partir da Eq. (4.12) é possível definir uma escala de tempo para a rampa utilizada em cada teste, onde a mesma pode variar entre o valor calculado pela equação e o tempo necessário para que a onda de fração de vazio percorra todo o duto. No Capítulo 5 serão apresentados os resultados para condições de contorno com diferentes rampas e verificado qual rampa apresenta melhor resultado para as velocidades das ondas de pressão e fração de vazio.

#### 4.1.3 Condição aleatória

A condição de contorno aleatória diferentemente das duas propostas anteriores não tem suas propriedades definidas baseado nos dados médios. Neste caso, os parâmetros das células são calculados a partir dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) para  $U_T$ ,  $L_f$ ,  $L_S$ .

Estes dados experimentais foram obtidos para cada uma das 100 aquisições realizadas por Dalla Maria (2016) para os estados permanente inicial e final. Entretanto, foi utilizado neste trabalho apenas 20 aquisições, gerando assim 20 condições de contorno com diferentes valores de propriedade para as células que adentram ao duto. De forma semelhante às condições anteriores, a transição entre os dois estados permanentes é feita a partir de uma célula específica. A Figura 4.3 exemplifica a transição, representada por uma linha, entre o estado inicial e final para o caso em que  $J_G$  médio decresce de 0,54 m/s para 0,28 m/s (Teste #1).



JG	JL	LF	LS	RF	RS	KSI
6.3358082E-01	5.1587150E-01	4.3994600E-01	1.8749900E-01	6.5977656E-01	1.0000000E+00	1.5537358E-01
4.9385426E-01	7.4459807E-01	2.6834600E-01	2.3620220E-01	6.3701135E-01	1.0000000E+00	1.6373319E-01
5.9816098E-01	6.1549134E-01	3.5999600E-01	2.0489300E-01	6.5476732E-01	1.0000000E+00	1.5726098E-01
5.6344962E-01	6.2020270E-01	3.7499800E-01	2.3531300E-01	6.5342990E-01	1.0000000E+00	1.5759127E-01
6.6041458E-01	5.0593775E-01	3.7593400E-01	1.3796380E-01	6.5110667E-01	1.0000000E+00	1.5853836E-01
5.0304837E-01	6.6330396E-01	2.9120000E-01	2.1666580E-01	6.3309564E-01	1.0000000E+00	1.6484516E-01
5.7620815E-01	5.7884418E-01	3.6504000E-01	1.9882720E-01	6.4735451E-01	1.0000000E+00	1.5998167E-01
6.3083478E-01	5.2981755E-01	3.7346400E-01	1.5768480E-01	6.4979169E-01	1.0000000E+00	1.5908114E-01
4.7130224E-01	5.4245008E-01	2.8311400E-01	1.6772080E-01	6.0851339E-01	1.0000000E+00	1.7402154E-01
3.9811490E-01	7.5133743E-01	2.6067600E-01	2.9725800E-01	6.2282371E-01	1.0000000E+00	1.6870040E-01
5.8263107E-01	6.3712125E-01	2.5240280E-01	1.4086540E-01	6.3062747E-01	1.0000000E+00	1.6557794E-01
4.8668911E-01	6.7966321E-01	1.9120400E-01	1.3750100E-01	6.0380348E-01	1.0000000E+00	1.7562848E-01
2.7702842E-01	6.2330034E-01	1.3825760E-01	1.7310540E-01	5.4987204E-01	1.0000000E+00	1.9506941E-01
3.2878958E-01	5.5263917E-01	1.8849220E-01	1.7284800E-01	5.6477482E-01	1.0000000E+00	1.8963365E-01
2.5890694E-01	5.8672181E-01	2.1778900E-01	2.9855800E-01	5.6843581E-01	1.0000000E+00	1.8792576E-01
3.2542854E-01	5.7110021E-01	1.3515060E-01	1.2231440E-01	5.4810937E-01	1.0000000E+00	1.9562284E-01
3.2621673E-01	5.7031202E-01	1.3779480E-01	1.2458160E-01	5.4917165E-01	1.0000000E+00	1.9522085E-01
2.8931038E-01	5.8481838E-01	1.4099540E-01	1.5468700E-01	5.4732411E-01	1.0000000E+00	1.9586713E-01
2.8455832E-01	5.9687044E-01	1.6726060E-01	1.9929520E-01	5.5891079E-01	1.0000000E+00	1.9128456E-01
2.5714227E-01	5.9548648E-01	1.5459600E-01	2.0431580E-01	5.4928615E-01	1.0000000E+00	1.9525875E-01
3.2228107E-01	5.5184769E-01	2.3610080E-01	2.3388040E-01	5.7864240E-01	1.0000000E+00	1.8398325E-01
2.3477635E-01	6.0745240E-01	1.3873860E-01	2.0595120E-01	5.4195170E-01	1.0000000E+00	1.9790590E-01

Figura 4.3 - Cond.Inicial.dat aleatória para o Teste #1 na região da transição entre os estados permanentes.

Os parâmetros das células são calculados através de um programa em FORTRAN, onde é fornecido como dados de entrada as variáveis  $U_T$ ,  $L_f$ ,  $L_s$ . Dentre as variáveis a serem estimadas define-se  $L_f$  e  $L_s$  a partir dos dados fornecidos experimentalmente e é estipulado para este caso que  $R_s$  é igual 1.

O cálculo do holdup de líquido na região do filme,  $R_f$ , é feito através do modelo de filme proposto por Taitel e Barnea (1990). Entretanto, não é considerado a contribuição do nariz da bolha. Ainda, segundo Mazza *et al.* (2010), o modelo utilizado não apresenta bons resultados para cenários em que as células tem comprimentos de filme,  $L_f$ , menores que 60D.

Analisando os dados de comprimento médio adimensional dos quatro testes representados na Tabela 4.3 verifica-se que nos quatro testes têm-se comprimentos médios menores que 60D. Assim, afim de garantir que os dados de  $J_G$  e  $J_L$  sejam fieis aos dados experimentais, foi corrigido as velocidades para que a média calculada coincidissem com os dados médios experimentais.



Tabela 4.3 – Comprimentos médio adimensional

Estado Permanente	Teste #1	Teste #2	Teste #3	Teste #4
	$L_f/D$	$L_f/D$	$L_f/D$	$L_f/D$
Inicial	14,62	9,23	14,62	41,15
Final	9,23	14,62	41,15	14,62

A velocidade superficial do gás,  $J_G$ , é calculada através do balanço de massa da fase gás, dada pela Eq. (4.13):

$$J_G = \beta \alpha_f U_G + (1 - \beta)(1 - R_s) U_b \quad (4.13)$$

Enquanto a velocidade superficial do líquido,  $J_L$ , é definida pela Eq. (4.14), como:

$$J_L = \frac{(U_T - C_\infty \sqrt{gD})}{C_0} - J_G \quad (4.14)$$

onde  $C_0$  e  $C_\infty$  são definidos pela Tabela 3.1.

Assim, a partir deste programa é calculado todos os parâmetros necessários para cada célula que adentra ao duto, inserindo assim células com propriedades diferentes ao escoamento. Diante desta aleatoriedade, os resultados para a variação temporal da pressão e fração de vazio apresenta muitas oscilações, diferente do que ocorre nas condições anteriores. Desta forma, afim de filtrar o comportamento intermitente intrínseco do escoamento, é necessário empregar o processo de média de conjunto das 20 simulações. Este procedimento é melhor apresentado na seção 4.3.

## 4.2 Configuração da simulação

Neste trabalho foi simulado um escoamento horizontal de ar e água em um duto de diâmetro de 0,026 m e comprimento de 22,256 m, ou 856D, e optou-se por utilizar 3 sondas virtuais para monitorar a solução do escoamento em golfadas posicionadas a 4,0 (E#1), 10,35 (E#2) e 18,64 (E#3) m da entrada do duto, conforme demonstrado pela Figura 4.4. Vale ressaltar

que as configurações da simulação foram semelhantes às utilizadas pela campanha experimental de Dalla Maria (2016).

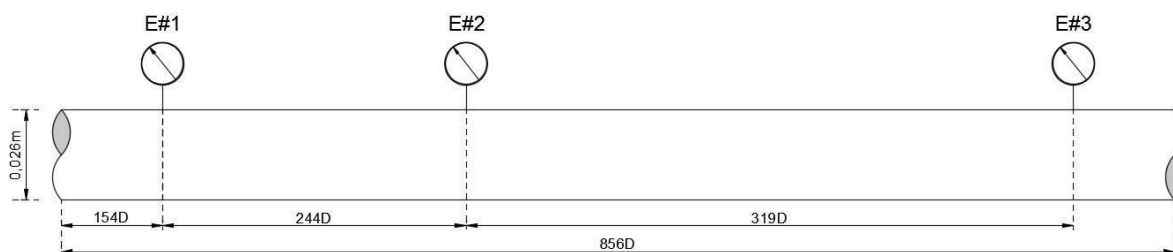


Figura 4.4 – Configuração geométrica da tubulação.

Na Tabela 4.4 são apresentadas as propriedades físicas dos fluidos e definido o passo de tempo utilizado na simulação numérica.

Tabela 4.4 – Propriedades utilizadas na simulação

Massa específica do gás - $\rho_G$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1,2
Massa específica do líquido - $\rho_L$ [kg/m <sup>3</sup> ]	999
Viscosidade do gás - $\mu_G$ [Pa.s]	$1,7 \cdot 10^{-5}$
Viscosidade do líquido - $\mu_L$ [Pa.s]	$8,55 \cdot 10^{-4}$
Tensão interfacial água-ar - $\sigma$ [N/m]	0,075
Passo de tempo - $\Delta t$ [s]	$10^{-3}$

A utilização deste passo de tempo está em concordância com o teste de malha realizado por Rodrigues (2009) para simulações similares. Ainda em relação a simulação numérica, também é necessário definir a pressão do gás na saída,  $P_G^{n+1}$ , conforme exposto na seção 3.3, assim nas simulações realizadas assumiu-se que a pressão é igual a 95 kPa.

Por fim, é necessário definir o fator de esteira utilizado no cálculo de  $U_T$  pela Eq. (3.41). Nos casos em que foram utilizados a condição de contorno periódica com e sem rampa não foi considerado o fator de esteira, desta forma o mesmo é igualado a zero. Entretanto, nas simulações com condição aleatória o fator de esteira, Eq. (3.44), é calculada utilizando os parâmetros fornecidos por Grenier (1997) conforme apresentado na Tabela 3.2.

Assim, fornecendo ao programa slug tracking a condição de contorno e as propriedades acima citadas através dos arquivos de entrada CondInicial.dat e SalvaSlug.dat, respectivamente, inicializa-se a simulação de cada teste. Como resultado de cada caso o modelo de seguimento

de pistões fornece os dados médios das propriedades em cada sonda virtual (estação), as propriedades ( $L_f/D$ ,  $L_s/D$ ,  $P_G$ ,  $U_T$ ,  $R_f$ ,  $\beta$ ) de todas as células que passam pelas estações de medição e a evolução temporal das propriedades ( $L_f$ ,  $L_s$ ,  $U_T$ ,  $P_G$ ,  $\alpha$ ) durante a transição entre os dois estados de regime permanente. A aquisição dos dados da variação temporal se inicia 30 segundos antes do transiente e se estende por 100 segundos. Devido ao objetivo do trabalho ser a definição da velocidade das ondas de pressão e fração de vazio serão apresentados apenas os resultados para a evolução temporal destas propriedades em cada estação.

### 4.3 Processo de média

O processo de média é realizado afim de determinar as ondas de fração de vazio e pressão para as simulações com condição de contorno aleatória. Conforme exposto na seção 4.1.3 a característica intermitente introduzida ao escoamento a partir da utilização da condição de contorno aleatória proporciona resultados com grandes variações em torno de um valor médio. Assim, com o objetivo de filtrar o comportamento intermitente intrínseco do escoamento foram realizadas 20 simulações com diferentes condições aleatórias e empregado um processo de média de conjunto.

Este processo consiste em duas etapas: (i) É empregada a média de conjunto nos resultados da evolução temporal da pressão e fração de vazio das 20 simulações. (ii) Aplica-se uma média móvel centrada de 3001 pontos nos resultados médios. Estas duas etapas resultam em um perfil de  $P_G$  e  $\alpha$  mais suave e sem ruídos permitindo a determinação apropriada da velocidade das ondas de pressão e fração de vazio.

A Figura 4.5a-b exemplifica o processo de média da fração de vazio correspondente à estação de medição 1 (E#1) para o Teste #1, onde (a) representa o processo de média de conjunto das 20 simulações e (b) o resultado obtido posteriormente a aplicação da média móvel centrada.

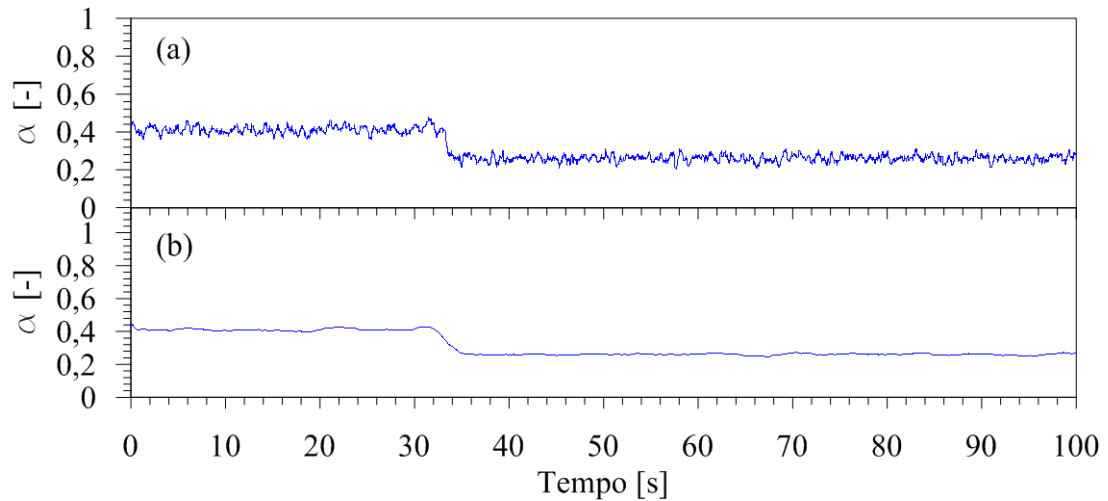


Figura 4.5 – Processo de média de conjunto da fração de vazio correspondente a E#1 para o Teste #1. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos.

Executou-se também o processo de média de conjunto aos resultados de pressão para cada estação de medição. De forma semelhante à Figura 4.5a-b, a Figura 4.5a-b demonstra o processo de média dos dados de pressão na E#1 para o Teste #1.

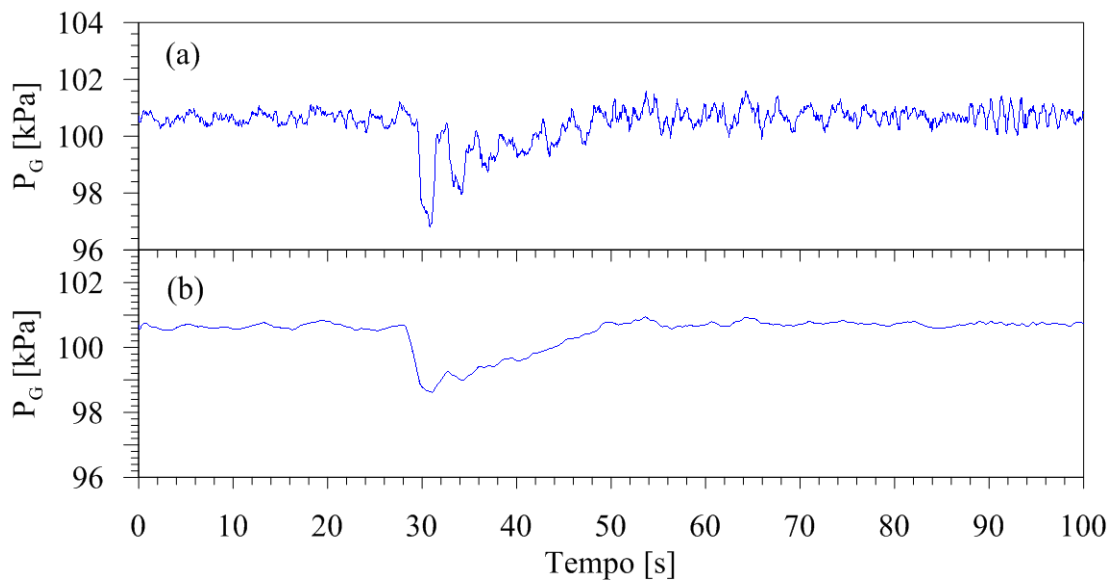


Figura 4.6 - Processo de média de conjunto da pressão correspondente a E#1 para o Teste #1. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos.

Verifica-se que aplicando a média móvel, o ruído tanto no perfil da fração de vazio quanto na pressão é bastante reduzido. Este procedimento é também aplicado aos outros três testes, uma vez que os perfis de pressão e fração de vazio do transiente gasoso é

significativamente diferente dos perfis do transiente líquido, assim decidiu-se exemplificar o processo de média realizado para o Teste #3. De forma análoga a Figura 4.5a-b, Figura 4.7a-b representa o resultado obtido pela média de conjunto e pela média móvel para a fração de vazio na E#1 para o Teste #3.

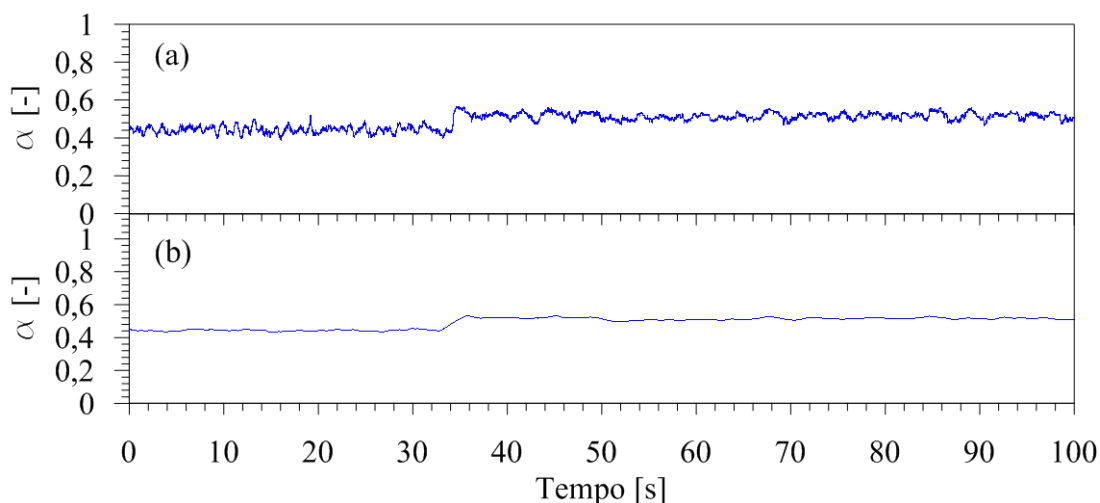


Figura 4.7 – Processo de média de conjunto da fração de vazio correspondente a E#1 para o Teste #3. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos.

O processo de média referente aos dados de pressão na estação 1 (E#1) para o Teste #3 está exposto na Figura 4.8a-b, onde (a) representa o resultado da média de conjunto e (b) o resultado após aplicação da média móvel centrada de 3001 pontos.

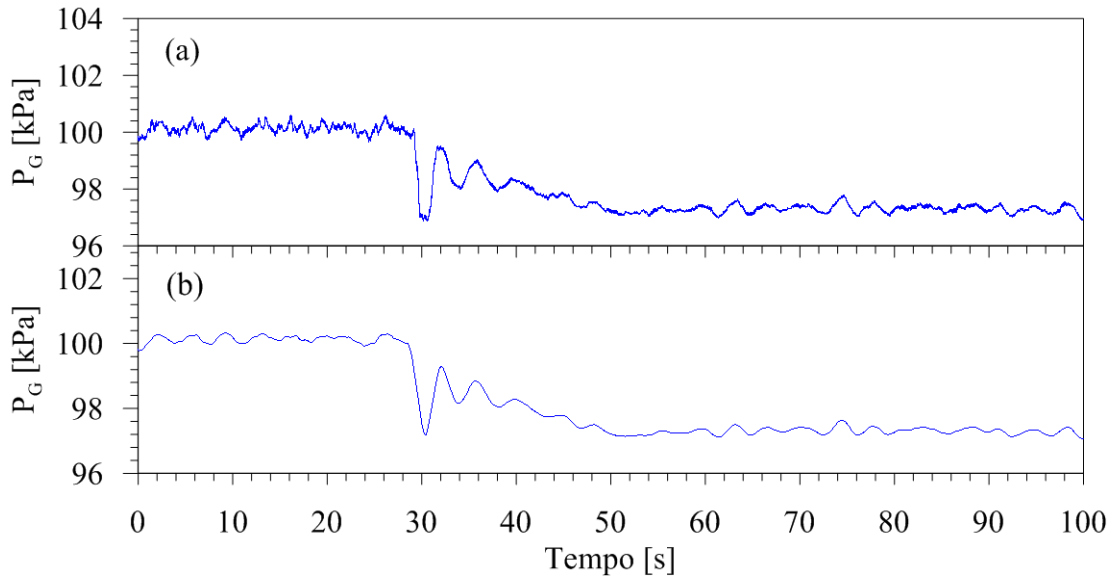


Figura 4.8 - Processo de média de conjunto da pressão correspondente a E#1 para o Teste #3. (a) resultado médio para 20 simulações; (b) resultado médio para 20 simulações após a aplicação da média centrada de 3001 pontos.

A média de conjunto e a média móvel centrada são empregadas aos quatro testes e para as três estações de medição. No Capítulo 5 serão apresentados simultaneamente os perfis das três estações de medição resultantes da média móvel centrada de 3001 pontos para cada um dos quatro testes em estudo.

#### 4.4 Determinação da velocidade da onda de fração de vazio e da onda de pressão

A evolução temporal da pressão e da fração de vazio das três estações de medição obtidas pelo modelo *slug tracking* permitem a determinação de uma estimativa para a velocidade de propagação das ondas de pressão e fração de vazio. Semelhante a Dalla Maria (2016), o cálculo da velocidade é realizado através de uma relação entre o espaçamento entre duas estações de medição e o tempo necessário para que a onda percorra esse percurso.

Neste trabalho, para o cálculo da velocidade das ondas de pressão e fração de vazio é proposto 3 combinações entre as estações de medição, estações 1 e 2 (E#1-E#2), estações 1 e 3 (E#1-E#3) e estações 2 e 3 (E#2-E#3). A distância entre elas são, respectivamente, 244D, 563D e 319D.

A definição do intervalo de tempo necessário para que a onda percorra este espaçamento é determinado através dos perfis de pressão e fração de vazio, uma vez que é possível identificar o instante em que o transiente alcança a estação.

O critério para a determinação deste instante depende das propriedades dos estados permanentes. Em casos onde a pressão e/ou a fração de vazio no estado inicial seja maior do que o estado final encontra-se o mínimo valor antes da variação brusca ocasionada pelo transiente e desloca-se horizontalmente até atingir a queda, neste ponto define-se o tempo correspondente através do eixo das abscissas, conforme demonstrado pela Figura 4.9.

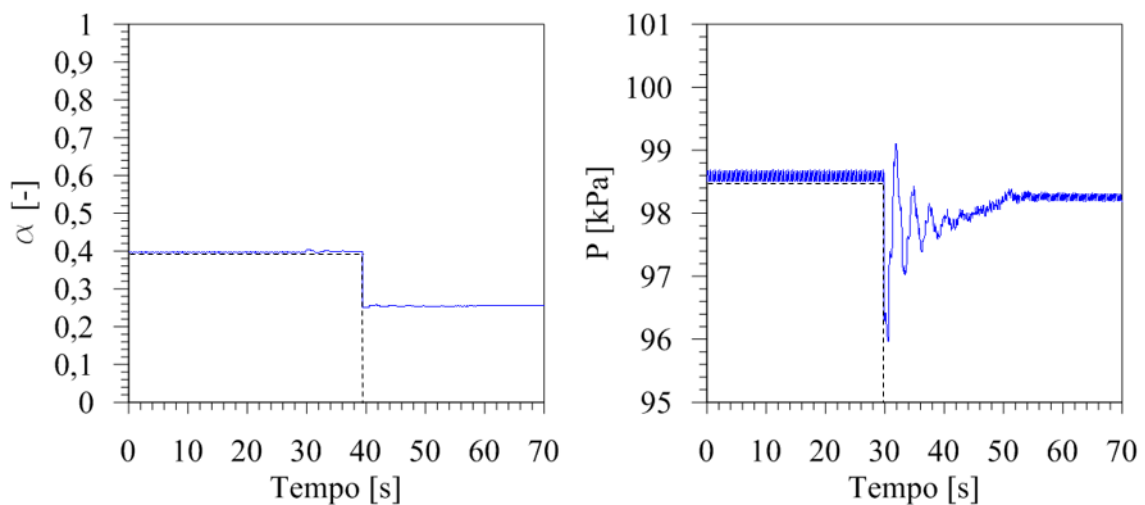


Figura 4.9 – Representação esquemática do critério de definição do instante em que a onda alcança a estação. (a) onda de fração de vazio e (b) onda de pressão para E#2 do Teste #1 para a condição de contorno periódica (CP).

Ainda, em casos que a pressão e/ou a fração de vazio no estado inicial é menor que no estado final procura-se o máximo valor antes da variação abrupta da propriedade e desloca-se até atingir o salto, assim semelhante ao caso anterior define-se o tempo neste ponto. Este critério é demonstrado pela Figura 4.10, através da fração de vazio do Teste #3 e da pressão no Teste #4.

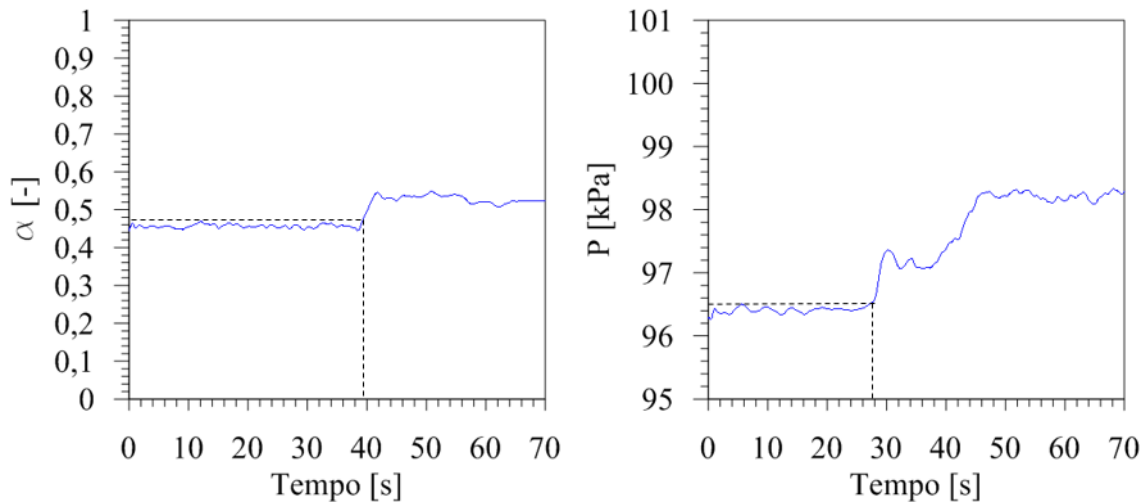


Figura 4.10 - Representação esquemática do critério de definição do instante em que a onda alcança a estação. (a) onda de fração de vazio na E#2 para o Teste #3 e (b) onda de pressão para E#2 do Teste #4, ambos com a condição de contorno aleatória (CA).

O cálculo da velocidade de propagação das ondas de pressão e fração de vazio é realizado para as 3 condições de contorno propostas neste trabalho para os quatro testes em estudo. Vale ressaltar que não serão apresentadas as incertezas numéricas da velocidade de propagação das ondas de pressão e fração de vazio devido à complexidade de mensurar esse valor, uma vez que seria necessário o conhecimento das incertezas do cálculo de cada uma das equações de fechamento, além da necessidade de um número maior de simulação para cada caso em estudo.

No Capítulo 5 serão apresentados os valores encontrados para a velocidade em cada condição de contorno e será analisado qual fornece o resulta que mais se aproxima do encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016).



## 5 RESULTADOS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os resultados obtidos nas simulações do escoamento transiente em regime de golfadas e identificar qual condição de contorno fornece a melhor estimativa para a velocidade de propagação da onda de pressão e fração de vazio. Primeiramente é exposto a configuração geométrica, as propriedades dos fluidos e o resultados obtidos pela campanha experimental de Dalla Maria (2016). Os dados experimentais são utilizados como referência para a comparação com os resultados numéricos. Em seguida são apresentados os resultados para os quatro testes nas condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória, respectivamente. Por fim, compara-se as velocidades de propagação da onda de pressão ( $C_P$ ) e fração de vazio ( $C_a$ ) das três condições propostas com os resultados obtidos experimentalmente.

### 5.1 Configurações experimentais

Dalla Maria (2016) adquiriu seus dados experimentais em um duto horizontal com diâmetro de 0,026 m e comprimento de 26,24 m, ou 1009D. Utilizou-se como fluidos de trabalho ar e água. A seção de teste compreende quatro estações de medição localizadas a 153D, 307D, 551D e 870D à jusante do misturador de ar-água, onde as estações experimentais 2, 3 e 4 são correlatas as estações E#1, E#2 e E#3 da simulação numérica.

O procedimento experimental consiste em impor as condições de vazão volumétrica da fase gasosa e líquida do estado permanente inicial e, posteriormente ao escoamento estar livre das perturbações causadas pelos equipamentos e válvulas, iniciar a aquisição dos dados da evolução temporal da pressão e fração de vazio. Após 30 s de aquisição é imposto o transiente ao escoamento e mantêm-se a aquisição por mais 70 s.

Foram realizados quatro testes e para cada teste foram realizadas 100 aquisições e aplicado um processo de média afim de filtrar o comportamento intermitente intrínseco do escoamento em regime de golfadas. As condições de velocidades superficiais médias dos estados permanentes inicial e final são coincidentes aos apresentados pela Tabela 4.1. Dentre os resultados obtidos experimentalmente, Dalla Maria (2016) apresentou os perfis de pressão e fração de vazio e as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio para os

quatro testes. As Figuras 5.1 a 5.4 apresentam a evolução temporal para os Teste #1, #2, #3 e #4, respectivamente. Enquanto, a Tabela 5.1 apresenta as estimativas da velocidade da onda.

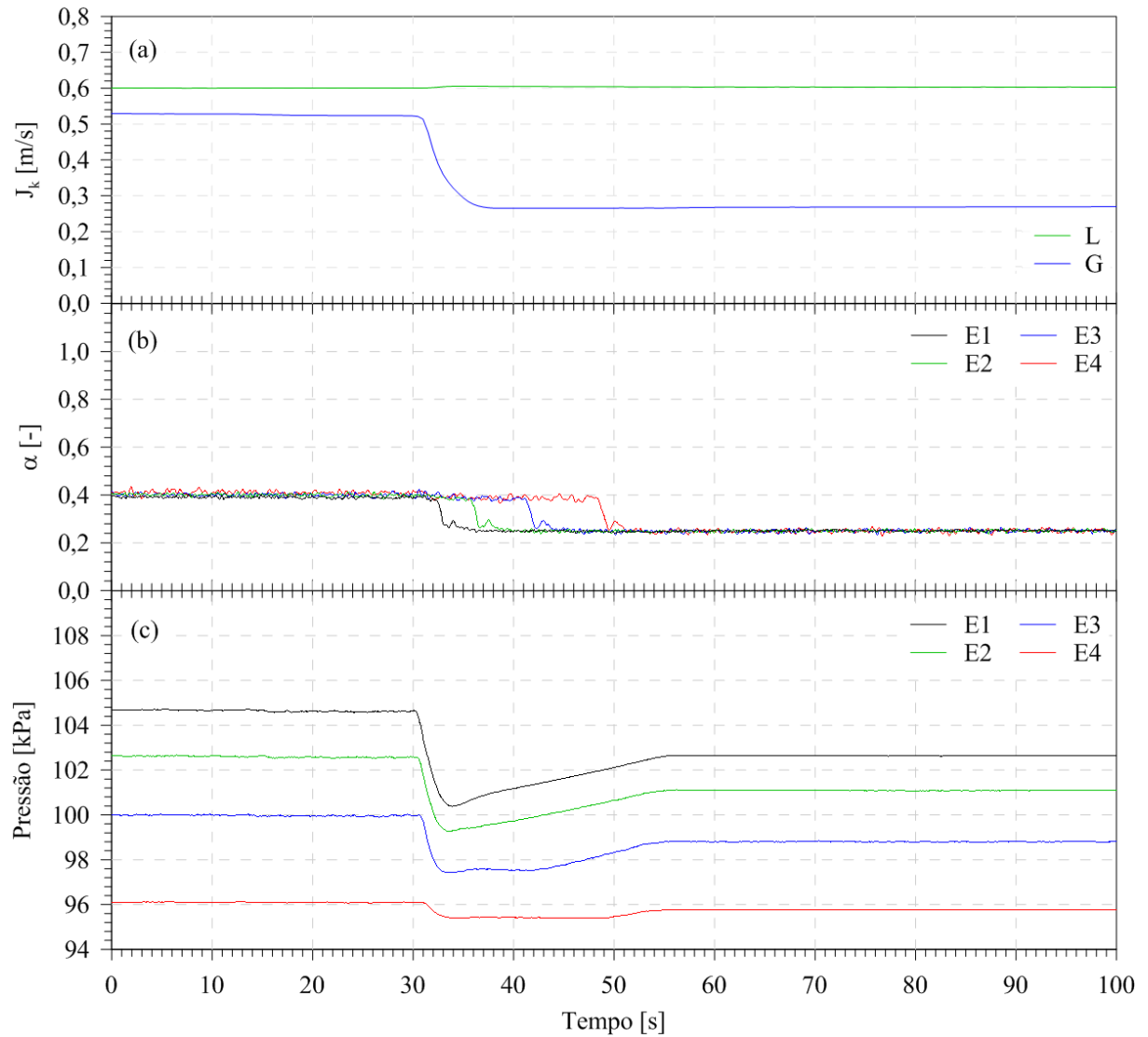


Figura 5.1 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #1. Fonte: Dalla Maria (2016).

O Teste #1 trata-se de um transiente gasoso onde têm-se uma queda súbita de  $J_G$ , enquanto a velocidade superficial do líquido permanece constante, conforme pode ser visto pela Figura 5.1a. O perfil de fração de vazio apresenta forma conservativa e amplitude de salto constante entre os dois estados permanentes ao longo da seção de teste, conforme demonstrado pela Figura 5.1b. O sinal médio de pressão exposto na Figura 5.1c apresenta um salto praticamente instantâneo nas quatro estações, onde alcança uma pressão mínima, *undershoot*,

seguido por um região aproximadamente constante e de um aumento gradual até atingir o novo estado permanente.

A Figura 5.2 representa o Teste #2 em que a fase gasosa é acrescida e o líquida mantém-se inalterado. Semelhante ao Teste #1, o perfil de fração de vazio tem forma conservativa e amplitude de salto constante como demonstrado na Figura 5.2b. A Figura 5.2c representa a evolução temporal da pressão que expõem valores aproximadamente constante nos estados permanentes inicial e final. No período transiente a pressão atinge um valor superior a do segundo regime permanente, *overshoot*, seguida por um região constante e por um progressivo decaimento até atingir o estado final.

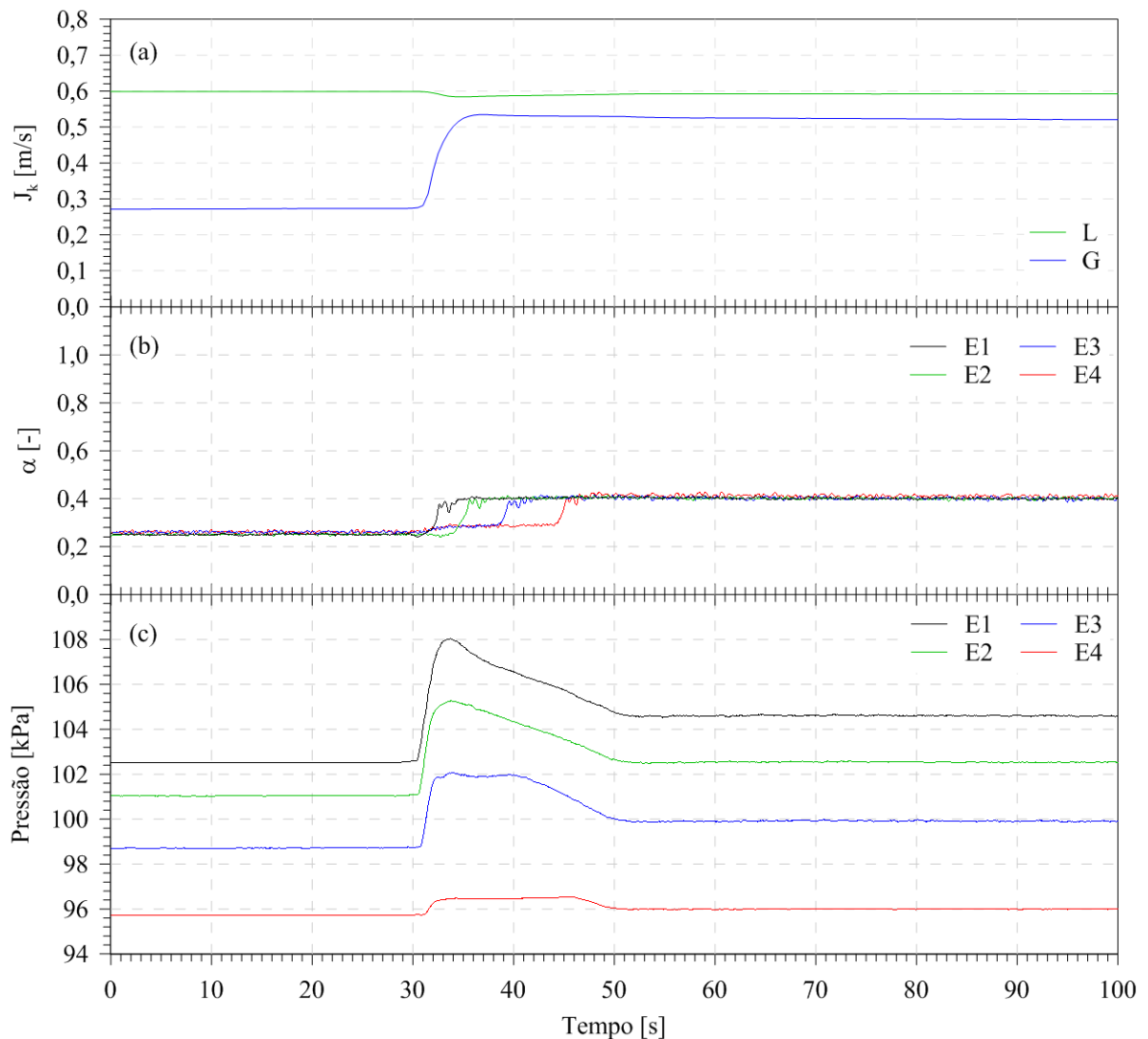


Figura 5.2 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #2. Fonte: Dalla Maria (2016).

A Figura 5.3 trata-se de um transiente líquido, onde a velocidade superficial do líquido é reduzida bruscamente e a velocidade do gás permanece praticamente constante. Os sinais médios da fração de vazio expostos na Figura 5.3b apresentam valores praticamente constantes no estado permanente inicial e final, entretanto no período transiente apresenta oscilações antes de atingir o novo estado permanente. Na Figura 5.3c verifica-se o perfil médio da pressão, onde no período transiente observa-se uma queda brusca acompanhada pelo decaimento irregular entre os estados inicial e final.

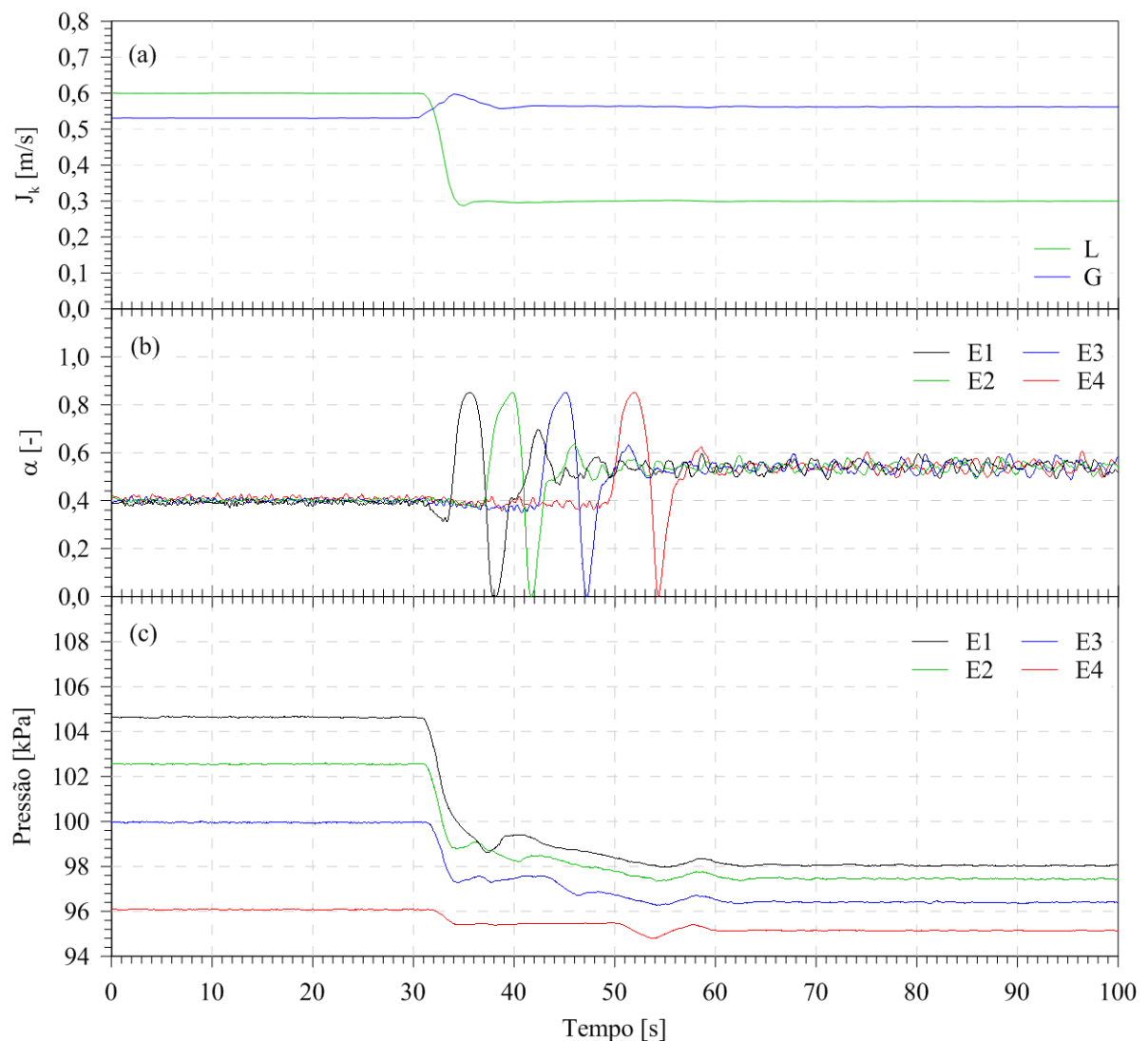


Figura 5.3 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #3. Fonte: Dalla Maria (2016).

A Figura 5.4a-c representa o transiente líquido, na qual a velocidade superficial do líquido é acrescida bruscamente e a velocidade superficial do gás é mantida praticamente inalterada. Na evolução temporal da fração de vazio percebe-se que após o aumento de  $J_L$  o

signal médio da fração de vazio apresenta uma queda e oscila até alcançar o novo estado permanente, conforme demonstrado na Figura 5.4b. O sinal médio da pressão apresenta os patamares dos estados inicial e final sensivelmente constante, também nota-se um salto repentino seguido por uma região com um crescimento gradual até atingir o estado final (Figura 5.4c).

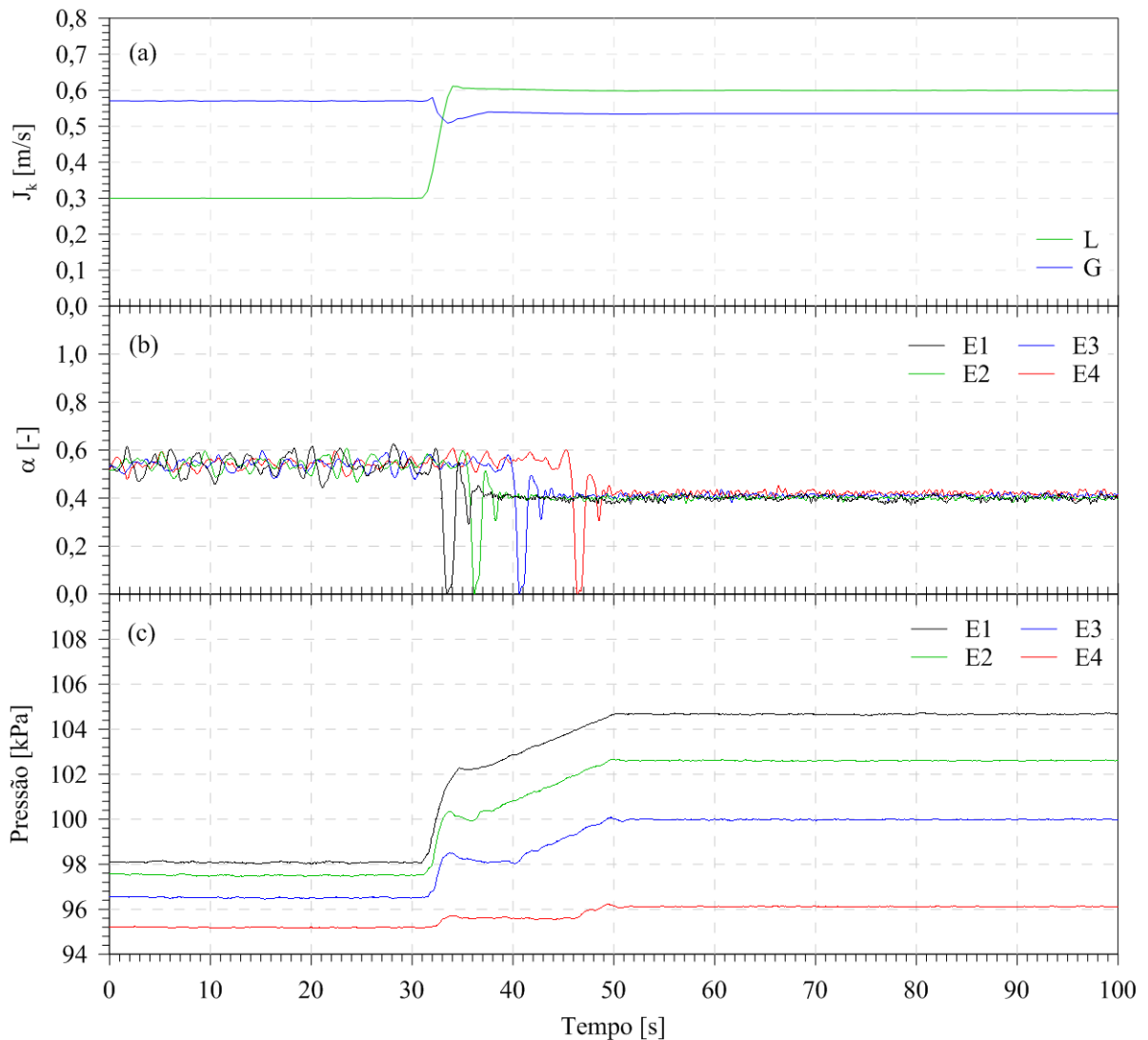


Figura 5.4 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das quatro estações experimentais para o Teste #4. Fonte: Dalla Maria (2016).

Dalla Maria (2016) salientou que nos quatros testes experimentais o momento em que pressão atinge o novo estado permanente é o mesmo em que a onda de fração de vazio egressa totalmente da seção de teste. Adicionalmente, os testes experimentais onde têm-se a redução da velocidade superficial da mistura são caracterizados por uma onda de expansão, uma vez que a pressão do estado final é menor que a do estado inicial. Contrariamente, nos testes que

apresentam o aumento da velocidade superficial da mistura são definidos por uma onda de compressão, posto que a pressão é elevada em relação ao estado inicial.

Visto que os intervalos de tempo da chegada da onda de fração de vazio entre as estações de medição são maiores que os intervalos encontrados para a onda de pressão, constata-se que a velocidade da onda de fração de vazio é menor que a velocidade da onda de pressão. As velocidades experimentais são calculadas de forma semelhante ao demonstrado na seção 4.4 e são mostras na Tabela 5.1 com suas respectivas incertezas para as estações coincidentes com as utilizadas no estudo numérico.

Tabela 5.1– Velocidade de propagação da onda de pressão e fração de vazio obtidos pela campanha experimental de Dalla Maria (2016) para as combinações entre as estações 2, 3 e 4.

Dalla Maria (2016)		Teste #1		Teste #2		Teste #3		Teste #4	
Estações de Medição	z/D [-]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E2-E3	276	1,16 $\pm 0,01$	22 $\pm 1,2$	1,46 $\pm 0,01$	26,4 $\pm 1,4$	1,16 $\pm 0,01$	18,6 $\pm 1,0$	1,45 $\pm 0,01$	20,9 $\pm 1,1$
E2-E4	435	1,16 $\pm 0,01$	22,8 $\pm 1,2$	1,46 $\pm 0,01$	25,0 $\pm 1,4$	1,16 $\pm 0,01$	18,3 $\pm 1,0$	1,45 $\pm 0,01$	20,7 $\pm 1,1$
E3-E4	557	1,16 $\pm 0,01$	23,5 $\pm 1,3$	1,47 $\pm 0,01$	24,0 $\pm 1,3$	1,17 $\pm 0,01$	18,1 $\pm 1,0$	1,45 $\pm 0,01$	20,5 $\pm 1,1$
Velocidade Média		1,16 $\pm 0,01$	22,8 $\pm 1,3$	1,46 $\pm 0,01$	25,1 $\pm 1,4$	1,16 $\pm 0,01$	18,3 $\pm 1,0$	1,45 $\pm 0,01$	20,7 $\pm 1,1$

## 5.2 Condição de contorno periódica

Nesta seção estão apresentados os perfis da velocidade superficial de ar e água, da fração de vazio e da pressão para os Teste #1, #2, #3 e #4, os mesmos são resultados da simulação numérica utilizando como condição de contorno as propriedades expostas na Tabela 4.2. Ainda, é explicitado as velocidades de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio mediante a utilização desta condição de contorno.

### 5.2.1 Evolução temporal das velocidades superficiais, da fração de vazio e da pressão

A evolução temporal das velocidades superficiais das fases líquida e gasosa na entrada do domínio de cálculo referente ao Teste #1 estão expostas na Figura 5.5a. Os perfis de fração de vazio e da pressão para as três estações de medição estão exibidos respectivamente nas Figura 5.5b e Figura 5.5c.

Na Figura 5.5a, verifica-se que a velocidade superficial do líquido permanece praticamente inalterada enquanto a velocidade superficial do gás é reduzida. Percebe-se também que a variação da velocidade superficial imposta ao gás entre os estados inicial e final nessa simulação é dada por uma queda abrupta, diferentemente do que é visto pela Figura 5.1a.

Apesar da diferença na variação da velocidade superficial do gás, o perfil de fração de vazio exposto na Figura 5.5b apresenta comportamento semelhante ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016) demonstrado na Figura 5.1b. Os patamares dos estados inicial e final são constantes, entretanto, no período transiente têm-se uma queda sem amortecimento entre as duas condições permanentes. Assim, a onda de fração de vazio tem forma conservativa e amplitude de salto constante nas três estações.

Com relação ao comportamento da evolução temporal da pressão demonstrado na Figura 5.5c, logo após a diminuição da velocidade superficial do gás a pressão atinge um valor inferior a pressão do estado final, *undershoot*, quase instantaneamente nas três estações, seguido por uma recuperação oscilatória com amplitudes amortecidas. Observa-se ainda uma região sensivelmente constante após as oscilações, principalmente na E#3. A aparição do *undershoot* de pressão está em concordância com os resultados experimentais exibidos anteriormente por King *et al.* (1998) e Dalla Maria (2016).

A grande diferença no comportamento da pressão deve-se ao fato de que a campanha experimental não apresenta oscilações amortecidas entre os dois regimes permanentes, como visto no resultado numérico. É difícil constatar se as oscilações na pressão são oriundas do modelo, da forma como o transiente é imposto no procedimento numérico ou se o processo de média utilizada nos dados experimentais filtra essas oscilações. Ao analisar o perfil de pressão na Figura 5.12c, onde utiliza-se uma rampa para suavizar a variação entre os dois estados permanentes, verifica-se que as oscilações ainda estão presentes, entretanto na Figura 5.23c onde aplica-se um processo de médio aos dados numéricos, as oscilações estão amortecidas. Desta forma, é impossível estabelecer exatamente as razões para as oscilações.

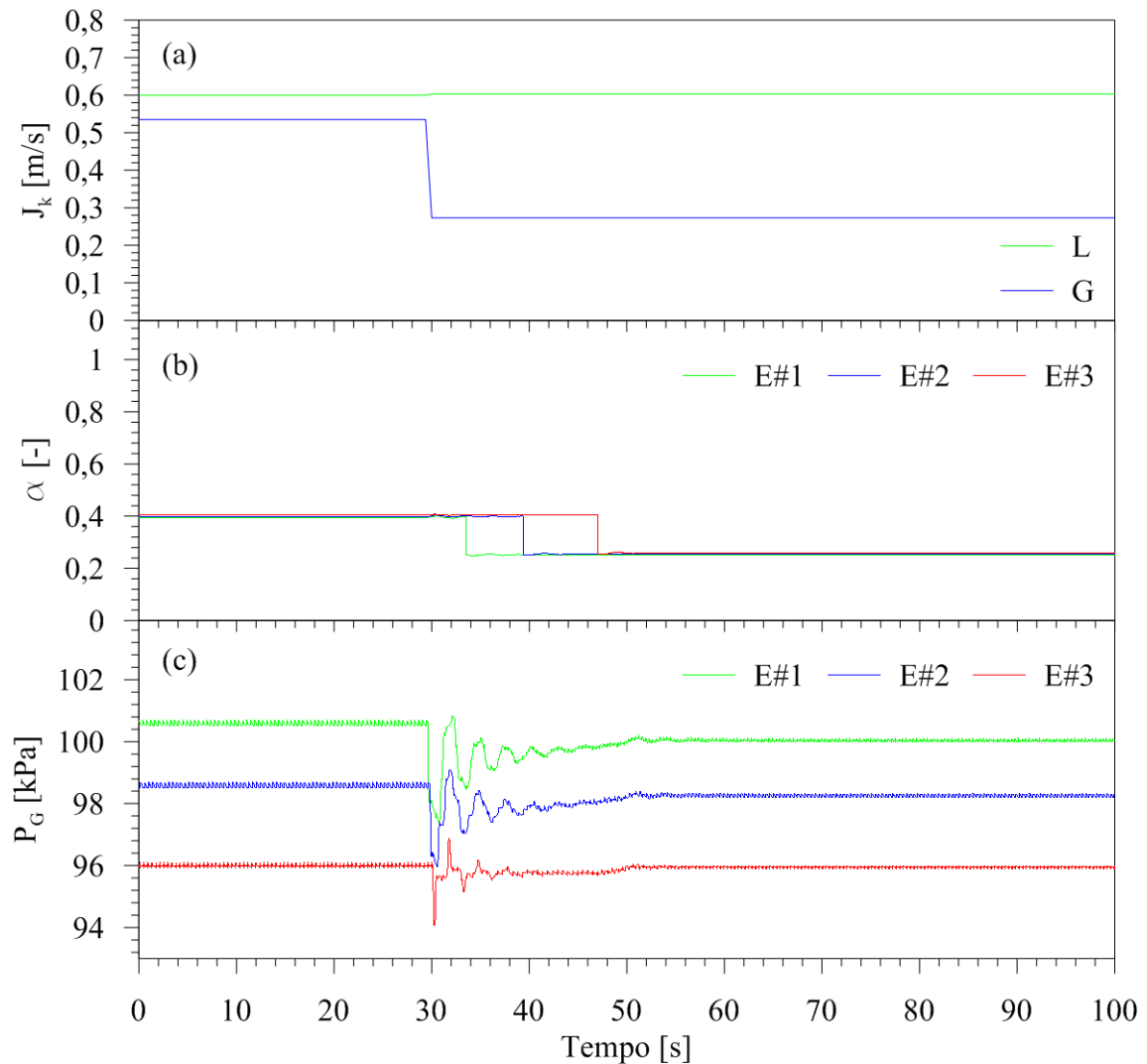


Figura 5.5 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #1 com condição de contorno periódica.

Em concordância com o exposto por Dalla Maria (2016), a redução da velocidade superficial do gás no Teste #1 causa uma onda de expansão, uma vez que o patamar de pressão do estado inicial é superior ao estado final. Ainda, percebe-se a existência de uma relação entre a estabilização da pressão e a onda de fração de vazio. Analisando em conjunto as Figura 5.5b e Figura 5.5c verifica-se que a pressão alcança completamente o valor do estado permanente final apenas quando a onda de fração de vazio sai totalmente da seção de teste.

A Figura 5.6a representa a evolução temporal das velocidades superficiais do líquido e gás pertencentes ao Teste #2. Enquanto as Figura 5.6b e Figura 5.6c exibem, respectivamente, os perfis de fração de vazio e pressão.

Nota-se na Figura 5.6a que a velocidade superficial do gás é acrescida ao passo que a velocidade superficial do líquido é mantida praticamente constante na entrada da tubulação.



Salienta-se que a variação em  $J_G$  é introduzida ao escoamento a partir de um salto brusco entre os dois patamares de velocidade. Na Figura 5.6b percebe-se que com o aumento da velocidade superficial do gás, a fração de vazio aumenta em todas as estações, conservando a forma e apresentando amplitude de salto constante ao longo da tubulação, consoante ao registrado na Figura 5.2b por Dalla Maria (2016).

O perfil de pressão apresenta um comportamento bastante semelhante ao Teste #1. Entretanto, conforme demonstrado pela Figura 5.6c, após o incremento súbito em  $J_G$  a pressão apresenta uma pressão máxima, *overshoot*, em relação ao patamar de pressão do estado permanente final, acompanhada por um região oscilatória com amplitudes amortecidas. Verifica-se ainda que após o período oscilatório existe uma região de decaimento progressivo da pressão até atingir o novo estado permanente. O comportamento da evolução temporal da pressão se assemelha ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016). Entretanto, diferentemente do experimental, há um comportamento oscilatório amortecido no resultado numérico da evolução temporal da pressão, e de forma análoga ao Teste #1, não se consegue estabelecer uma relação causal para tal efeito.

Ainda, no Teste #2 verifica-se que o patamar de pressão do estado permanente final é superior ao estado inicial, assim pode-se dizer que o aumento da velocidade superficial do gás ocasiona a formação de uma onda de compressão.

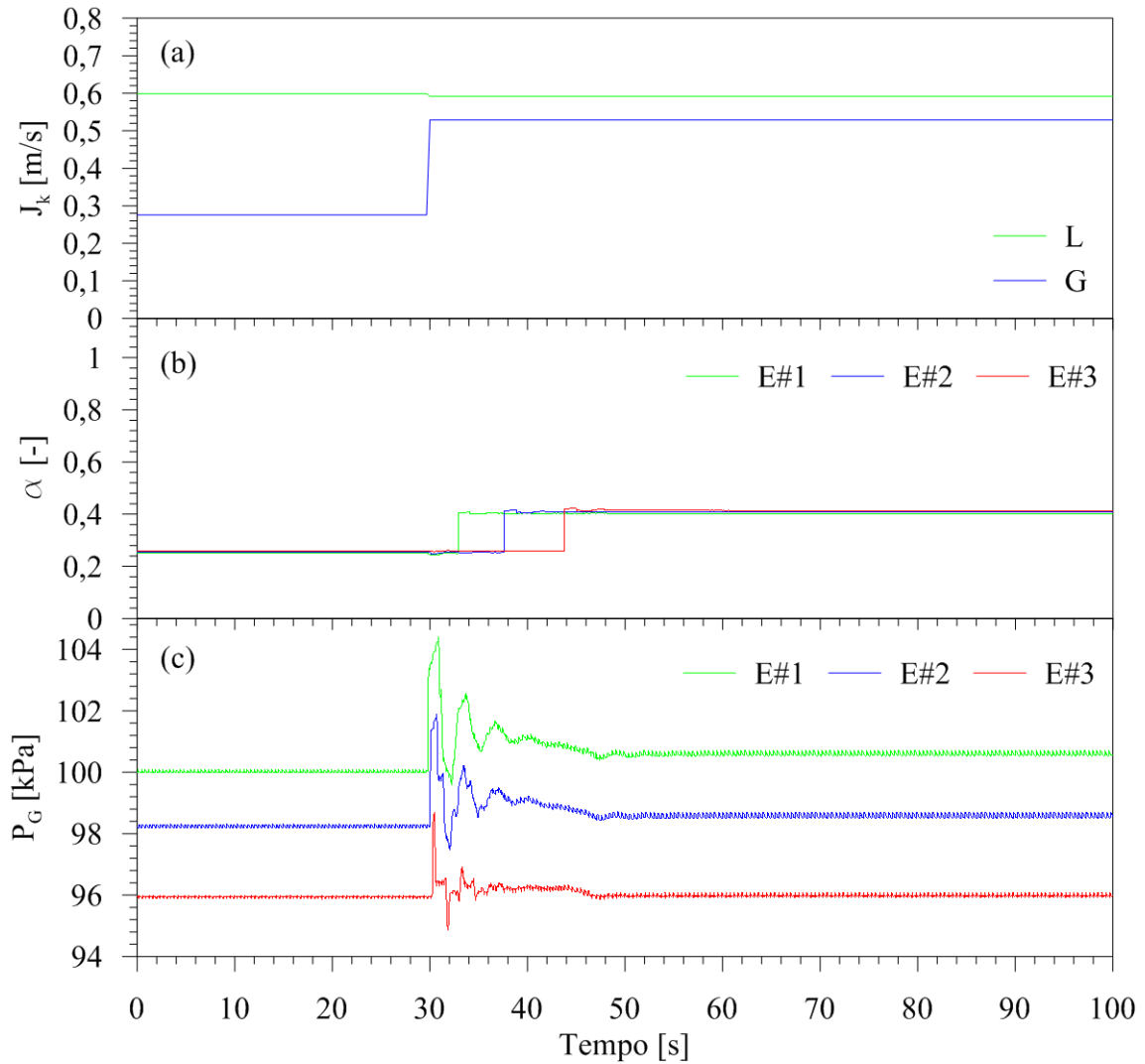


Figura 5.6 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #2 com condição de contorno periódica.

Analisando os perfis de pressão e fração de vazio do Teste #1 e #2 constata-se que os mesmos são praticamente espelhados em relação ao eixo horizontal, onde este comportamento pode ser justificado pelo fato de que as propriedades dos estados permanentes inicial e final dos dois teste são iguais, porém na ordem inversa conforme pode ser visto na Tabela 4.2.

Adicionalmente a análise realizada para o transiente gasoso, têm-se os dois casos propostos para o transiente líquido. A Figura 5.7a exibe o perfil de velocidades superficiais das fases referente ao Teste #3, ao passo que as Figura 5.7b e Figura 5.7c representam, respectivamente, a evolução temporal da fração de vazio e da pressão.

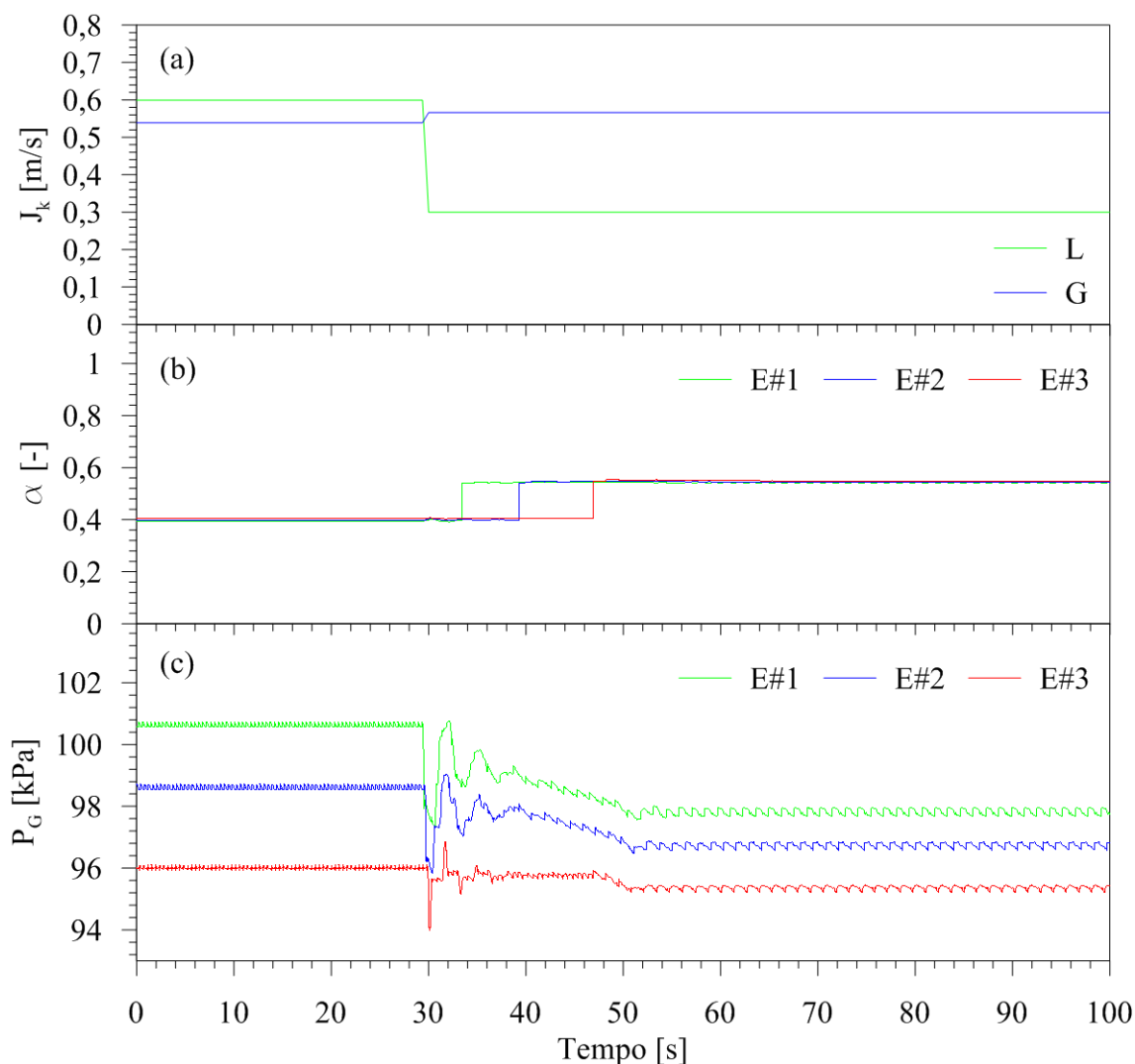


Figura 5.7 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #3 com condição de contorno periódica.

Na Figura 5.7a nota-se que a velocidade superficial do líquido é reduzida à medida que a velocidade superficial do gás é mantida sensivelmente constante. Entretanto, diferentemente do exibido experimentalmente na Figura 5.3a, a variação na velocidade não é dada de forma gradual e sim abruptamente como um degrau.

Em relação ao comportamento da fração de vazio, têm-se patamares constantes nos estados inicial e final, entretanto durante o período transiente apresenta-se um salto sem amortecimento e com amplitude constante nas três estações de medição, conforme demonstrado pela Figura 5.7b. Comparando o perfil de fração de vazio obtido pela simulação numérica ao perfil médio experimental referente a este teste (Figura 5.3a) verifica-se uma significativa diferença no intervalo transiente, contudo pode-se atribuir a incapacidade do modelo de capturar as oscilações oriundas do transiente ao fato de que a fração de vazio não é calculada

para cada célula no interior do duto, e sim imposta pela condição de contorno. As oscilações existentes nos dados experimentais evidenciam a passagem alternada de bolhas e pistões relativamente grandes conforme foi verificado em Dalla Maria (2016), fenômeno típico de um processo de reformação de golfadas. Entretanto, como dito anteriormente, o modelo não é capaz de capturar processos de formação e prevê apenas variações de fração de vazio devido ao mecanismo de coalescência. Estender o modelo para capturar o processo de reformação está fora do escopo deste trabalho, além de ser pouco viável capturar fenômenos dessa natureza com modelos unidimensionais.

A evolução temporal da pressão exibida na Figura 5.7c apresenta valores aproximadamente constantes antes e depois do período transiente. Após a variação na velocidade superficial do líquido observa-se uma queda abrupta e praticamente simultânea nas três estações, seguida por um decaimento gradual oscilatório e amortecido até atingir o novo estado permanente. Este comportamento é semelhante ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016) na Figura 5.3c, com exceção da característica oscilatória amortecida como nos casos precedentes. Percebe-se também que o tempo necessário para que a pressão seja estabilizada tem a mesma ordem de grandeza do tempo necessário para que a onda de fração de vazio percorra todo o duto.

Adicionalmente, observa-se neste teste que a pressão do estado final é menor do que o estado permanente inicial, assim pode-se dizer que a redução da velocidade superficial do líquido promove a formação de uma onda de expansão.

A Figura 5.8a representa o perfil de velocidades superficiais das fases referente ao Teste #4. A evolução temporal da fração de vazio e da pressão estão demonstrados, respectivamente, nas Figura 5.8b e Figura 5.8c. Observa-se através da Figura 5.8a que no Teste #4, a velocidade superficial do líquido é acrescida, ao passo que a velocidade superficial do gás permanece praticamente constante. Conforme dito anteriormente, a CP introduz a variação de velocidade de forma abrupta entre os dois estados permanentes.

A evolução temporal da fração de vazio apresenta um comportamento bastante semelhante ao exposto no Teste #1, onde os patamares no estado permanente inicial e final são constantes e no período transiente exibe um queda em todas as estações de forma conservativa, conforme demonstrado na Figura 5.8b. Entretanto, quando se compara ao resultado obtido experimentalmente (Figura 5.4b) o perfil médio experimental apresenta uma queda seguida por oscilações até alcançar o novo estado permanente, onde esses pontos mínimos são correlacionados ao aumento pontual do comprimento do pistão (Dalla Maria, 2016). As razões

para as diferenças entre os resultados numérico e experimental são as mesmas expostas para o Teste #3.

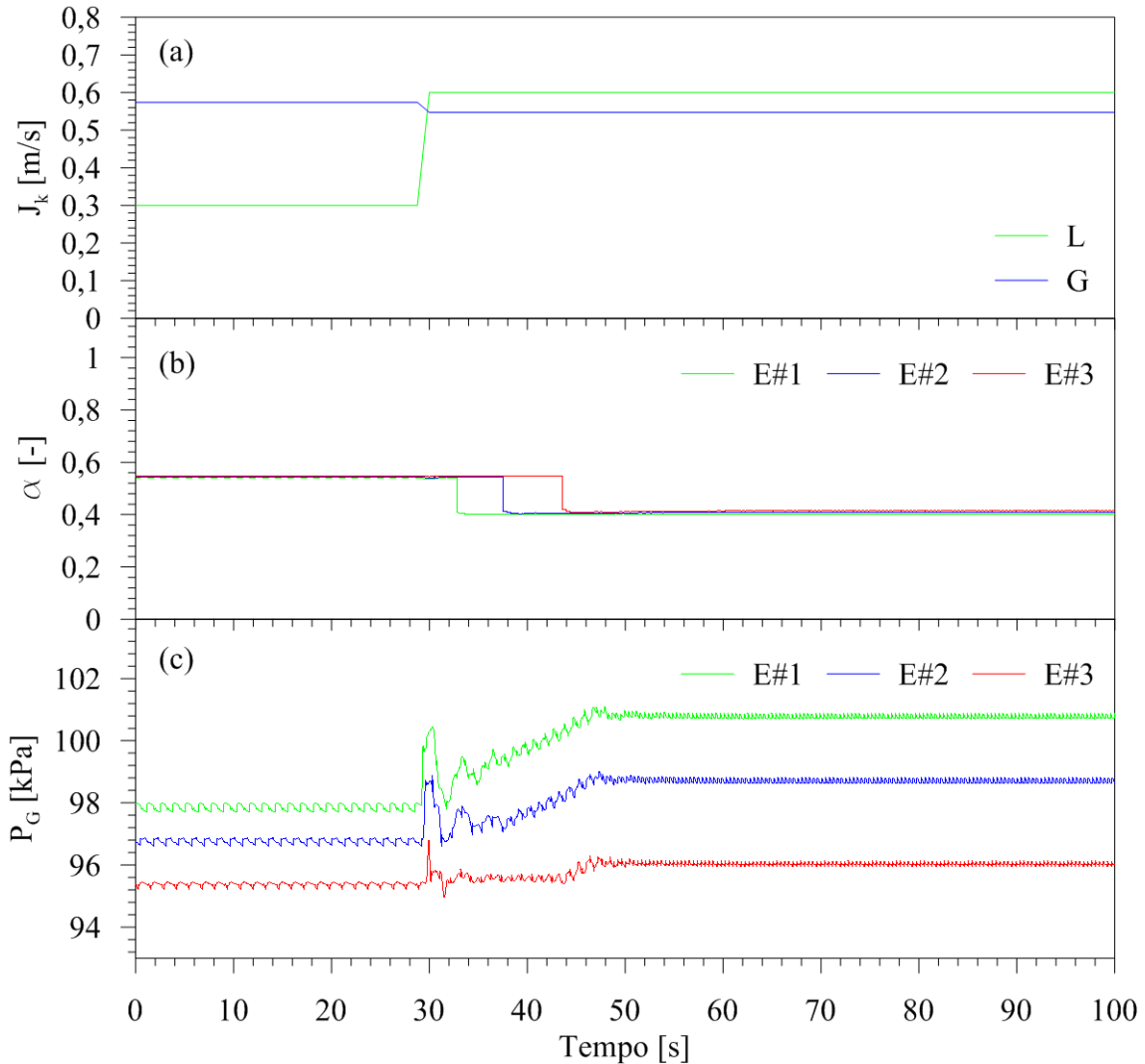


Figura 5.8 – (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #4 com condição de contorno periódica.

Em relação ao comportamento do perfil da pressão, exposto na Figura 5.8c, verifica-se que os patamares dos estados inicial e final são sensivelmente constantes. No período transiente, nota-se um aumento praticamente instantâneo nas três estações, acompanhado por oscilações amortecidas e por uma região aproximadamente constante, principalmente na E#3. Na sequência percebe-se um crescimento gradual da pressão até atingir o novo estado permanente. Comparando o perfil da simulação ao perfil médio experimental, verifica-se que os dois apresentam comportamento semelhante (Figura 5.4c). No Teste #4 também é possível

correlacionar o tempo necessário para que a onda de fração de vazio percorra o duto ao tempo de estabilização da pressão.

Mediante ao perfil da pressão, observa-se que a pressão referente ao estado final é maior que a pressão no estado inicial, desta forma constata-se que o incremento na velocidade superficial do líquido acarreta a formação de uma onda de compressão.

Analogamente ao Teste #1 e #2, verifica-se que o comportamento da pressão e da fração de vazio dos Testes #3 e #4 também apresentam perfil praticamente espelhado em relação ao eixo horizontal. Este fato pode ser justificado pelas propriedades dos Teste #3 e #4 serem coincidentes, porém com os estados inicial e final contrários, conforme exemplificado na Tabela 4.2.

### **5.2.2 Velocidade de propagação da onda de fração de vazio e da onda de pressão**

A partir da evolução temporal da fração de vazio e da pressão para os Teste #1, #2, #3 e #4 apresentadas nas Figura 5.5 a Figura 5.8 é definido as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio. A estimativa da velocidade é dada através da relação entre o intervalo de tempo gasto para que a onda alcance as estações e a distância entre as mesmas, conforme demonstrado na seção 4.4.

Ao analisar os perfis de fração de vazio e pressão dos quatros testes, percebe-se que o intervalo de tempo para que a onda de fração de vazio alcance as estações é maior do que o intervalo de tempo em relação a onda de pressão, assim sabe-se que a velocidade de propagação da onda de pressão é maior do que a onda de fração de vazio.

As Tabela 5.2 e Tabela 5.4 apresentam, respectivamente, as velocidades de propagação da onda de fração de vazio e de pressão numérica ( $C_{\alpha\_num}$  e  $C_{P\_num}$ ) e experimental ( $C_{\alpha\_exp}$  e  $C_{P\_exp}$ ) para os quatro testes em estudo. A combinação entre as três estações de medição e a distância entre a entrada da tubulação e o ponto médio entres as estações correspondentes estão expostas, respectivamente, na primeira e segunda coluna.

Comparando os resultados obtidos pela condição de contorno periódica, exposta na Tabela 5.2, aos resultados experimentais demonstrados na Tabela 5.1, verifica-se que a velocidade de propagação da onda de fração de vazio numérica apresenta valores inferiores ao experimental, conforme demonstrado na Figura 5.9a.

Tabela 5.2 – Velocidade de propagação da onda de fração de vazio experimental (Dalla Maria, 2016) e numérica com condição de contorno periódica para os quatros testes.

		Teste #1		Teste #2		Teste #3		Teste #4	
Estações	$z/D$ [-]	$C_{\alpha\_exp}$ [m/s]	$C_{\alpha\_num}$ [m/s]	$C_{\alpha\_exp}$ [m/s]	$C_{\alpha\_num}$ [m/s]	$C_{\alpha\_exp}$ [m/s]	$C_{\alpha\_num}$ [m/s]	$C_{\alpha\_exp}$ [m/s]	$C_{\alpha\_num}$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,16	1,08	1,46	1,34	1,16	1,07	1,45	1,36
E#1 – E#3	435	1,16	1,09	1,46	1,35	1,16	1,08	1,45	1,36
E#2 – E#3	557	1,16	1,09	1,47	1,35	1,17	1,09	1,45	1,37
Velocidade Média		1,16	1,09	1,46	1,35	1,16	1,08	1,45	1,36

Entretanto, a média numérica dos quatro testes se aproxima da velocidade de translação da bolha do segundo estado permanente que praticamente coincide com os dados experimentais de  $U_T$  (vide Tabela 5.3), em concordância com o exposto anteriormente por Vigneron *et al.* (1995).

Tabela 5.3 – Velocidade de translação da bolha obtida pela campanha experimental de Dalla Maria (2016) e pelas simulações numéricas na estação 1 para os dois estados permanentes.

		Teste #1		Teste #2		Teste #3		Teste #4	
Estado Permanente		$U_{T\_Exp}$ [m/s]	$U_{T\_Num}$ [m/s]	$U_{T\_Exp}$ [m/s]	$U_{T\_Num}$ [m/s]	$U_{T\_Exp}$ [m/s]	$U_{T\_Num}$ [m/s]	$U_{T\_Exp}$ [m/s]	$U_{T\_Num}$ [m/s]
Inicial		1,37	1,34	1,09	1,08	1,37	1,34	1,06	1,09
Final		1,08	1,08	1,34	1,33	1,05	1,07	1,37	1,35

Esta diferença em relação aos resultados obtidos por Dalla Maria (2016) também pode ser atribuída ao fato de que a fração de vazio não é calculada para cada célula no interior do duto e sim imposta, sendo que a única variação na fração de vazio capturada pelo modelo é a variação devido a expansão do gás na bolha.

Quanto a velocidade de propagação da onda de pressão (Tabela 5.4) percebe-se que o valor encontrado numericamente é significativamente maior que a velocidade experimental, como exposto na Figura 5.9b, sobretudo no Teste #4 para a combinação entre as estações 1 e 2 (E#1 – E#2). Atribui-se este fato a rigidez introduzida ao escoamento através da condição de contorno, uma vez que a mesma impõe uma variação brusca na velocidade superficial da fase alterada. Desta maneira, afim de minimizar o efeito da variação abrupta da velocidade foi proposto a condição de contorno periódica com rampa.

Tabela 5.4 – Velocidade de propagação da onda de pressão experimental (Dalla Maria, 2016) e numérica com condição de contorno periódica para os quatros testes.

Estações	z/D [-]	Teste #1		Teste #2		Teste #3		Teste #4	
		C <sub>P_exp</sub> [m/s]	C <sub>P_num</sub> [m/s]	C <sub>P_exp</sub> [m/s]	C <sub>P_num</sub> [m/s]	C <sub>P_exp</sub> [m/s]	C <sub>P_num</sub> [m/s]	C <sub>P_exp</sub> [m/s]	C <sub>P_num</sub> [m/s]
E#1 – E#2	276	22,0	30,2	26,4	31,7	18,6	30,2	20,9	37,3
E#1 – E#3	435	22,8	30,5	25,0	34,0	18,3	29,9	20,7	31,1
E#2 – E#3	557	23,5	30,7	24,0	36,1	18,1	29,6	20,5	27,7
Velocidade Média		22,8	30,5	25,1	33,9	18,3	29,9	20,7	32,0

Ao calcular o desvio médio quadrático (RMS) entre as velocidades provenientes da simulação numérica e da campanha experimental de Dalla Maria (2016), obtêm-se para a velocidade de propagação da onda de fração de vazio desvios de 0,07, 0,12, 0,08 e 0,09, respectivamente, para os Testes #1, #2, #3 e #4. Assim, constata-se que o maior desvio se refere ao Teste #2, entretanto o erro é próximo a zero nos quatro testes. Enquanto para a velocidade de propagação da onda de pressão encontram-se desvios de 7,7, 9,2, 11,6 e 12 referente, respectivamente, aos Testes #1, #2, #3 e #4. Verifica-se que os desvios têm a mesma ordem de grandeza, porém os testes propostos para o transiente líquido apresentam os maiores erros.

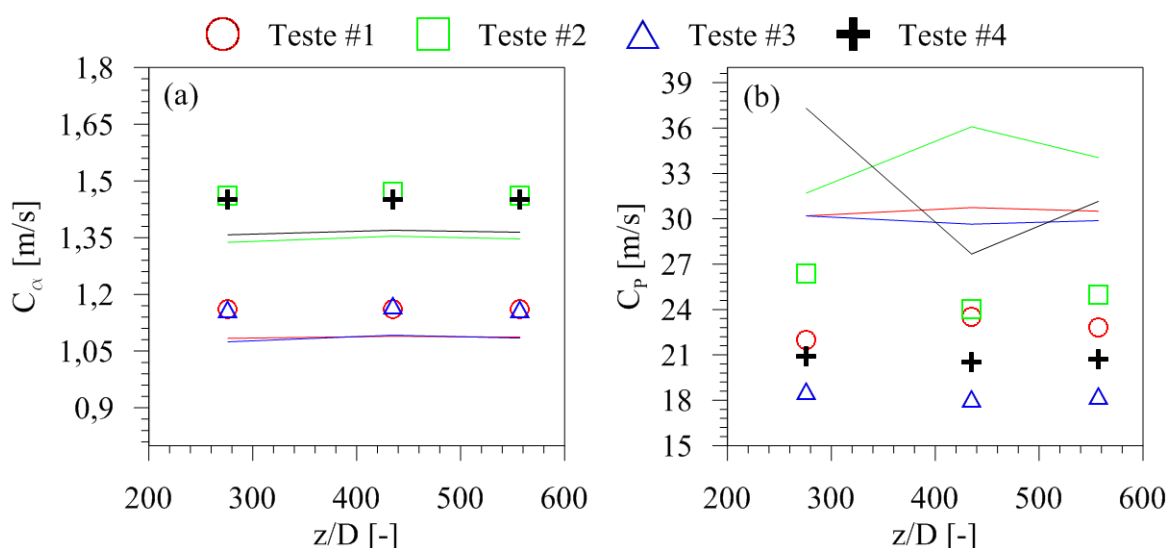


Figura 5.9 - Comparação da velocidade de propagação da onda de fração de vazio (a) e da onda de pressão (b) calculada através do modelo *slug tracking* com condição de contorno periódica (linha contínua) e dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) (pontos dispersos).



### 5.3 Condição de contorno periódica com rampa

A análise das rampas propostas para essa condição de contorno está exposta nesta seção para os Teste #1, #2, #3 e #4 afim de verificar qual fornece o melhor resultado para a velocidade de propagação da onda de fração de vazio e da onda de pressão. Adicionalmente, também serão apresentados a evolução temporal das velocidades superficiais da fase líquida e gasosa, da fração de vazio e da pressão para a rampa que fornecer o melhor resultado para  $C_\alpha$  e  $C_P$ .

#### 5.3.1 Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio: Análise das rampas

Conforme apresentado na seção 4.1.2 é possível estimar uma escala de grandeza para o tempo da rampa, entre as duas condições de regime permanente, através do cálculo do tempo característico pela Eq. (4.12) e pela definição aproximada do tempo necessário para que a onda de fração de vazio percorra o duto. Assim, o tempo da rampa pode estar compreendido entre o tempo característico e o tempo de residência da onda de fração de vazio na tubulação.

A estimativa do tempo característico ( $t_c$ ) é proveniente da analogia entre o modelo de Rosa *et al.* (2015) e o sistema massa-mola-amortecedor, conforme apresentado na Eq. (4.12). Para a resolução dessa equação têm-se que a massa específica do líquido e o diâmetro da tubulação são propriedades constantes para os quatro testes. Em relação as demais variáveis, a massa específica da mistura é calculada a partir da fração de vazio média da unidade do segundo estado permanente, o fator de atrito é definido pela equação de Colebrook-White, enquanto  $\Delta V$  representa a variação de velocidade superficial média da mistura entre os dois estados permanentes. A Tabela 5.5 apresenta os tempos característicos obtidos para os quatro testes.

Entretanto, no cálculo do tempo característico utiliza-se valores médios para as propriedades utilizadas na Eq. (4.12) o que acarreta na estimativa de uma escala de grandeza deste tempo, podendo assim o melhor tempo da rampa ser um valor próximo ao tempo característico e não ser exatamente entre o tempo característico e o de residência da onda de fração de vazio.

Tabela 5.5 – Tempo característico para os quatro testes.

	Teste #1	Teste #2	Teste #3	Teste #4
Tempo Característico [s]	5,5	7,7	8,5	7,0

Em relação ao tempo médio de residência da onda de fração de vazio na tubulação ( $t_R$ ) calcula-se esta estimativa através de uma relação entre a velocidade média de propagação da onda de fração de vazio (Tabela 5.2) e o comprimento total do duto, conforme demonstrado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Tempo necessário para a onda de fração de vazio percorra todo o duto obtido através da condição de contorno periódica sem rampa.

	Teste #1	Teste #2	Teste #3	Teste #4
Tempo de percurso da onda de fração de vazio [s]	20,4	16,5	20,6	16,4

Assim, a partir das Tabelas 5.5 e 5.6, estima-se que as rampas podem estar compreendidas entre 5,5 s a 20,4 s para o Teste #1, entre 7,7 s a 16,5 s para o Teste #2, entre 8,5 s a 20,6 s para o Teste #3 e entre 7,0 s a 16,4 s para o Teste #4. Entretanto, conforme apresentado anteriormente o limite inferior apresenta-se apenas como uma escala de grandeza. Adicionalmente, em todos os casos foi analisado a rampa de 6s uma vez que este tempo coincide com a rampa experimental de Dalla Maria (2016). Com objetivo de abranger toda essa escala de tempo, alguns casos foram simulados a partir de condições de contorno com diferentes tempos de rampa e estimado os valores de velocidade de propagação da onda de pressão e fração de vazio.

No Teste #1, foram propostas três rampas para a velocidade superficial do gás com 6, 9 e 16 segundos, como apresentado na Figura 5.10. A partir da condição de contorno periódica sem rampa (CP) percebe-se a evolução gradativa das condições de contorno, onde quanto mais longa for a rampa mais suavemente a variação na velocidade superficial da fase é introduzida ao escoamento.

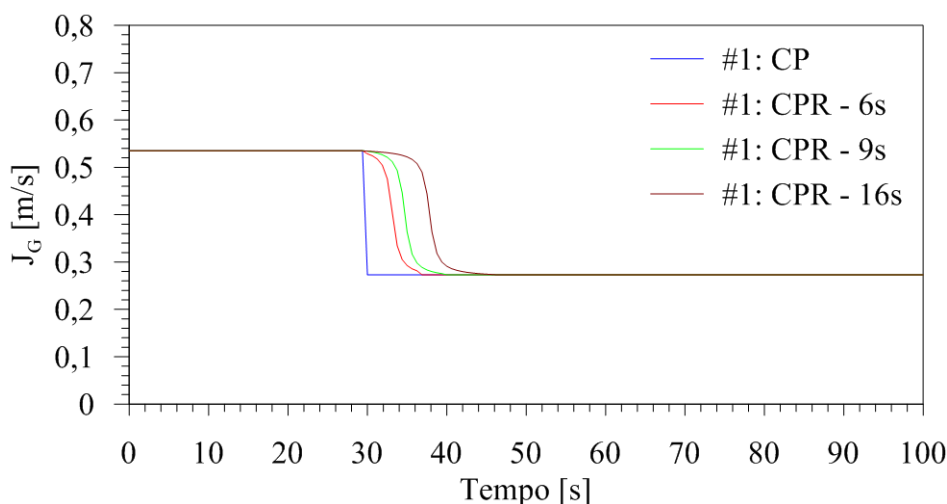


Figura 5.10 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #1 na condição periódica sem rampa e com rampas de 6, 9 e 16s.

Assim, afim de identificar o quão gradativa deve ser a rampa para garantir a representatividade dos casos experimentais foram simuladas as três condições de contorno propostas para o Teste #1, e diante dos resultados da evolução temporal da pressão e da fração de vazio calcula-se a velocidade de propagação das ondas, conforme demonstrado pela Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 3, 6, 9 e 16s para o Teste #1.

Teste #1		Dalla Maria (2016)		CPR – 6s		CPR – 9s		CPR – 16s	
Estações	z/D [-]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,16	22,0	1,08	22,6	1,09	25,4	1,12	28,8
E#1 – E#3	435	1,16	22,8	1,09	24,4	1,09	17,0	1,10	31,1
E#2 – E#3	557	1,16	23,5	1,09	25,9	1,09	13,6	1,09	33,2
Velocidade Média		1,16	22,8	1,09	24,3	1,09	18,7	1,11	31,0

Verifica-se que a velocidade média de propagação da onda de fração de vazio para a condição de contorno periódica com rampa é praticamente a mesma calculada para a condição de contorno periódica (vide Tabela 5.2), apresentando uma pequena diferença para a rampa de 16 s onde observa-se um leve acréscimo. Constata-se assim que a diferença de  $C_\alpha$  em relação aos resultados obtidos por Dalla Maria (2016) é mantida, entretanto em concordância com

Vigneron *et al.* (1995) a mesma se aproxima da velocidade de translação da bolha do segundo estado permanente.

Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão, verifica-se uma variação significativa com a inserção e/ou mudança no tempo da rampa. O comportamento no valor médio de  $C_p$  apresenta um decréscimo gradual seguido por um aumento após a CPR – 9 s consoante ao exposto na Figura 5.11, na qual demonstra a velocidade média experimental e numérica. Este aumento próximo aos 16s é atribuído ao fato do tempo da rampa se aproximar do tempo necessário para que a onda de fração de vazio saia do duto, frisando que o  $t_R$  estimado consiste em uma aproximação devido a questões numéricas.

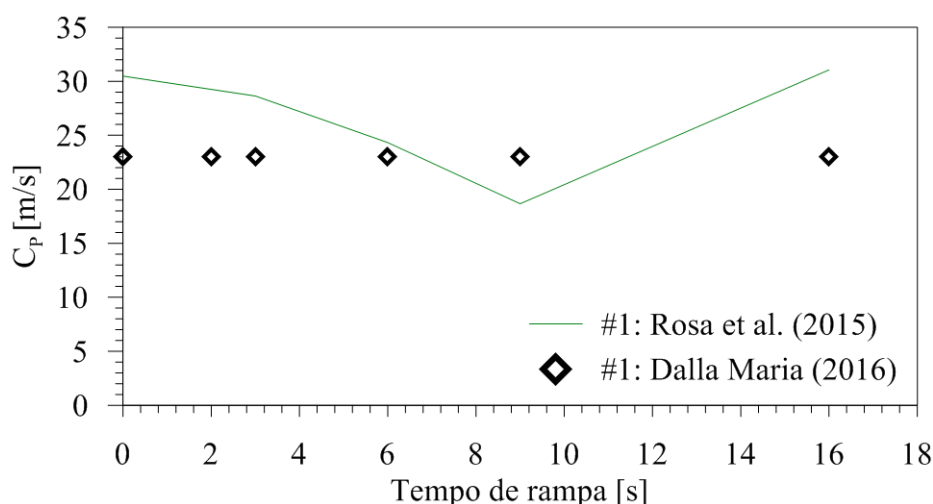


Figura 5.11 – Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #1.

Ainda, quando comparado aos valores experimentais da Tabela 5.1 observa-se que a velocidade média da condição de CPR – 6 s apresenta o resultado mais próximo do experimental, como também pode ser visto pela Figura 5.11. Assim, para o Teste #1 a condição de contorno com rampa de 6 s apresenta o melhor resultado, coincidindo com o tempo da rampa experimental.

A Figura 5.12a apresenta o perfil de velocidade superficial das fases líquida e gasosa na entrada do domínio de cálculo assumindo uma rampa de 6 s, enquanto a evolução temporal da fração de vazio e da pressão estão demonstradas, respectivamente, nas Figura 5.12b e Figura 5.12c. Verifica-se na Figura 5.12a que a velocidade superficial do líquido é mantida praticamente constante, enquanto a velocidade superficial do gás é reduzida de forma mais suave com uma rampa de 6 s, se aproximando do perfil de velocidade experimental de Dalla Maria (2016) apresentado na Figura 5.1a.

Em relação ao perfil da fração de vazio e da pressão têm-se um comportamento bastante semelhante ao obtido na condição de contorno periódica sem rampa, assim constata-se que a inserção da rampa interfere na estimativa da velocidade de propagação da onda de pressão, porém não influencia no comportamento e nos patamares dos estados permanentes.

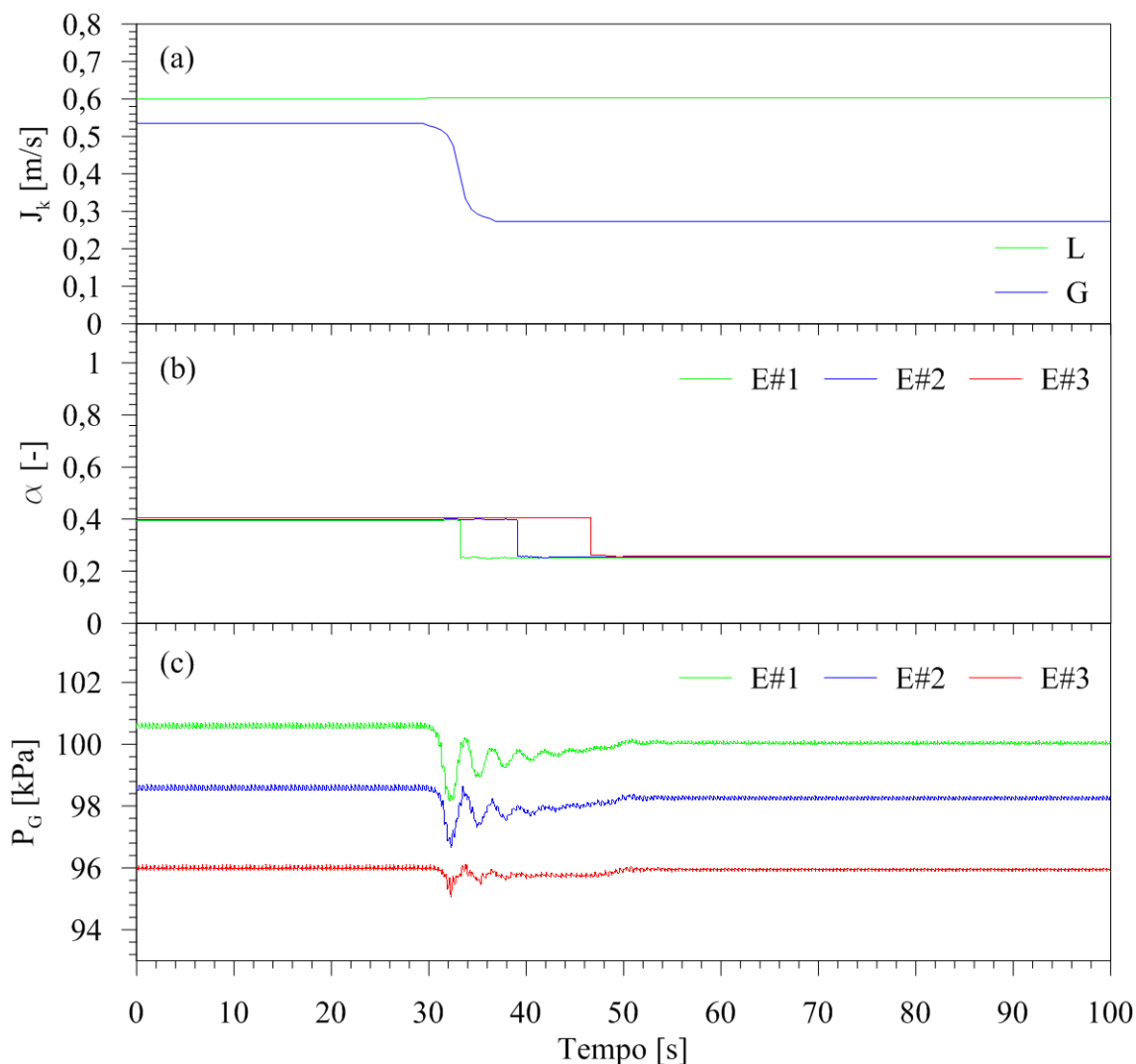


Figura 5.12 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #1 com condição de contorno periódica com rampa de 6 s.

Para o Teste #2 foram propostas três rampas para a velocidade superficial do gás de 5, 6 e 9 segundos, conforme demonstrado na Figura 5.13. Verifica-se o comportamento mais suave da variação da velocidade superficial do gás em relação a condição de contorno periódica (CP), e também com o aumento do tempo de rampa.

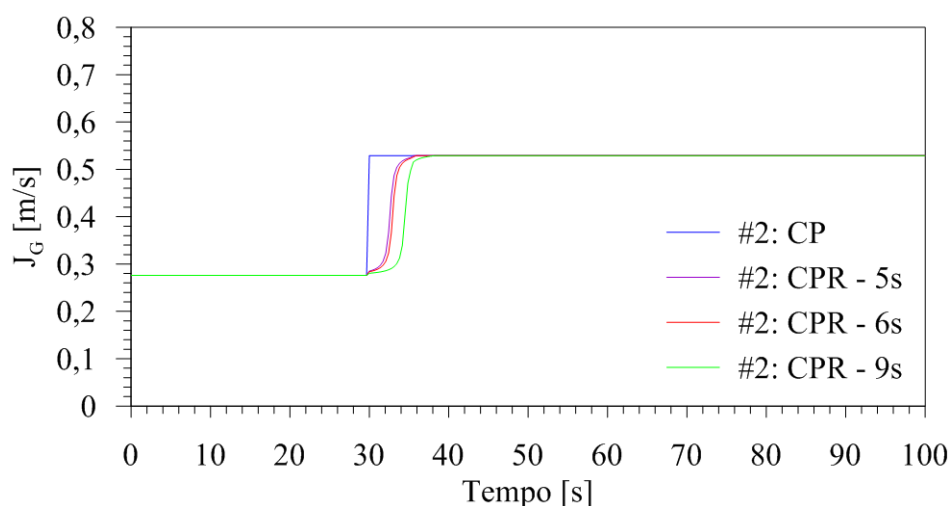


Figura 5.13 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #2 na condição periódica sem rampa e com rampas de 5, 6 e 9s.

A partir da simulação numérica das três condições de contorno propostas para o Teste #2 é calculado as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio, como apresentado na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 5, 6 e 9s para o Teste #2.

Teste #2		Dalla Maria (2016)		CPR – 5s		CPR – 6s		CPR – 9s	
Estações	z/D [-]	C <sub>α</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]	C <sub>α</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]	C <sub>α</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]	C <sub>α</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]
E#1 – E#2	276	1,46	26,4	1,32	30,2	1,30	20,5	1,21	31,7
E#1 – E#3	435	1,46	25,0	1,34	24,0	1,33	23,2	1,28	28,2
E#2 – E#3	557	1,47	24,0	1,35	20,8	1,35	25,9	1,35	25,9
Velocidade Média		1,46	25,1	1,34	25,0	1,33	23,2	1,28	28,6

A velocidade de propagação média da onda de fração de vazio calculada para a condição de contorno periódica com rampa de 5s e 6s coincide aproximadamente com a velocidade de translação da bolha do segundo estado permanente (vide Tabela 5.3) consoante ao registrado por Vigneron *et al.* (1995), ao posto que a CPR – 9s apresenta uma velocidade menor em relação as rampas de 5s e 6s e também a condição de contorno periódica sem rampa. Quando comparada a velocidade experimental de Dalla Maria (2016) às três condições periódicas com rampas de 5, 6 e 9s, verifica-se que o valor encontrado é inferior ao resultado experimental.

Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão verifica-se através das Tabela 5.4 e Tabela 5.8 que a mesma é influenciada fortemente pela inserção e/ou aumento no tempo da rampa. A partir da Figura 5.14, percebe-se que a velocidade tem um comportamento aproximadamente constante, seguido por um decaimento até alcançar a velocidade de propagação média experimental de Dalla Maria (2016). E posteriormente aos 6s, o aumento no tempo da rampa ocasiona um crescimento gradual da velocidade.

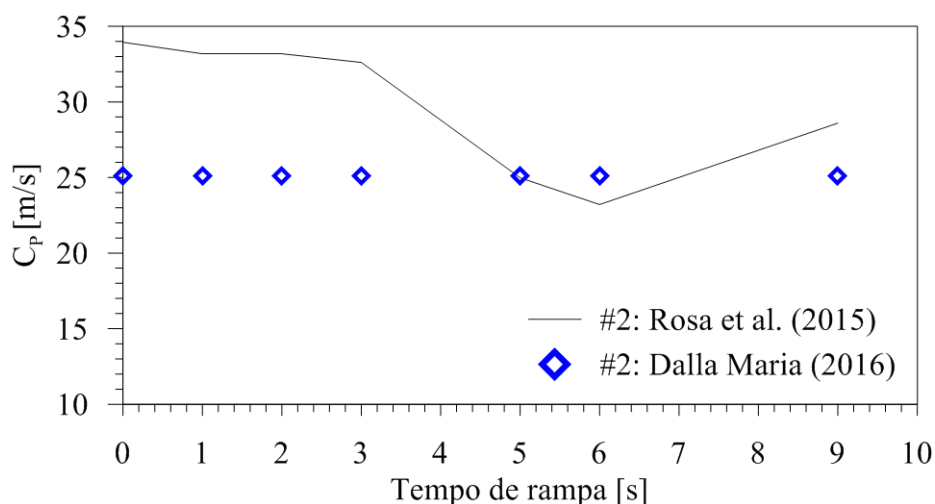


Figura 5.14 - Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #2.

Quando comparado a condição de contorno periódica com rampa de 5s aos dados experimentais de Dalla Maria (2016) para o Teste #2 constata-se que essa condição contorno é representativa e fornece uma velocidade de propagação média da onda de pressão muito próximo do encontrado experimentalmente, assim pode-se dizer que CPR – 5s apresenta-se como o melhor resultado para o Teste #2.

Desta forma, a Figura 5.15a demonstra o perfil de velocidade superficial da fase líquida e gasosa para a CPR – 5s, à medida que as Figura 5.15b e Figura 5.15c exibem, respectivamente, a evolução temporal da fração de vazio e da pressão.

Na Figura 5.15a verifica-se que a velocidade superficial do líquido é mantida sensivelmente constante, ao posto que a velocidade superficial do gás é acrescida a partir de um rampa de 5s para o novo estado permanente. Nota-se que a evolução temporal da fração de vazio e da pressão demonstradas, respectivamente, nas Figuras 5.15b e 5.15c apresentam comportamento e os patamares dos estados permanentes coincidentes aos resultados da condição de contorno periódica sem rampa demonstrada na Figura 5.6. Assim, constata-se que a inserção da rampa ao Teste #2 influencia fortemente na estimativa da velocidade de

propagação da onda de pressão, entretanto não influencia no comportamento e nos patamares de pressão e fração de vazio dos estados permanentes inicial e final.

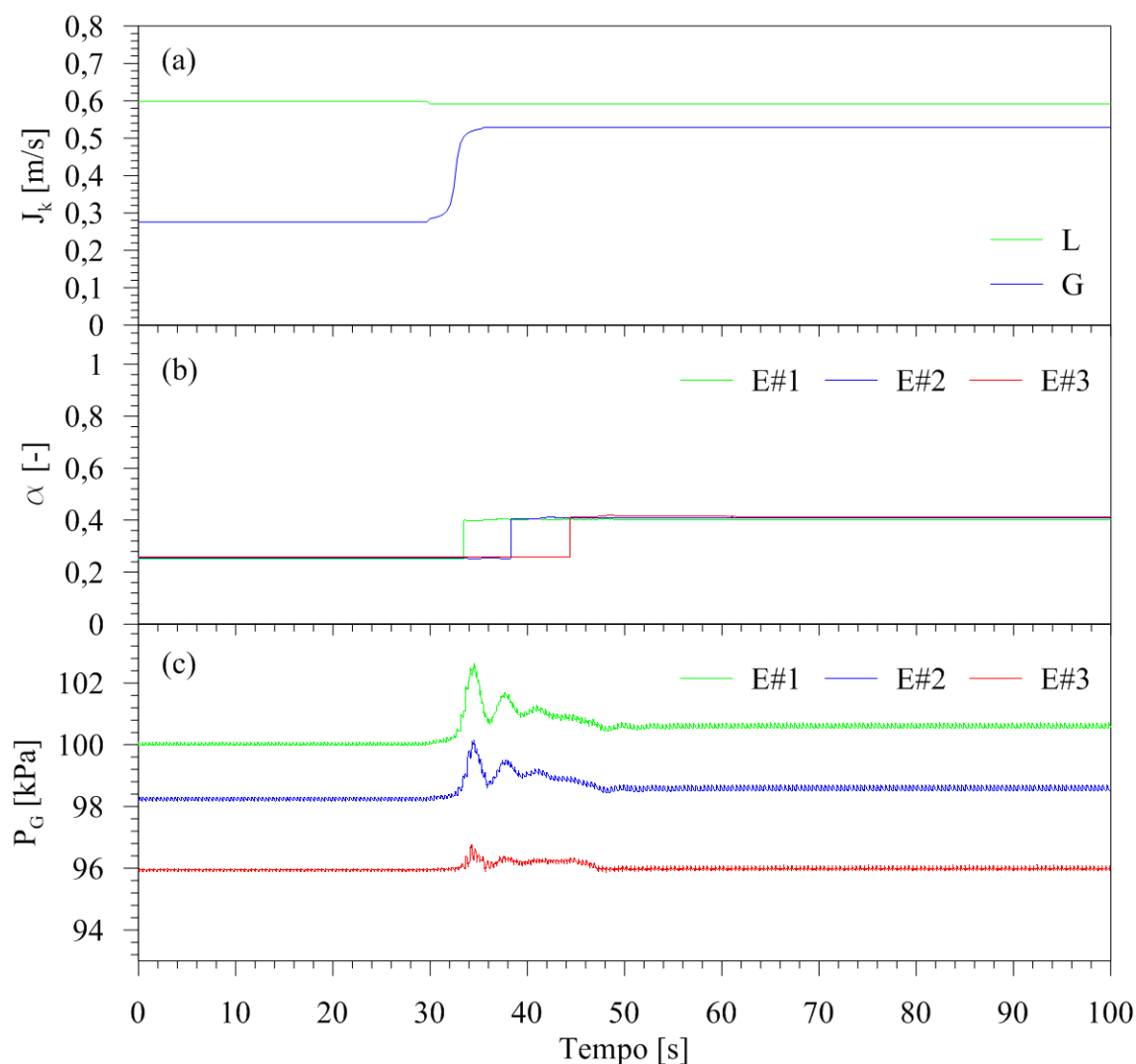


Figura 5.15 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #2 com condição de contorno periódica com rampa de 5 s.

No Teste #3 foram propostas duas condições de contorno periódica com rampas de 6 e 9 segundos para a redução da velocidade superficial do líquido, consoante ao demonstrado pela Figura 5.16. Nota-se que com o aumento no tempo de rampa a transição entre os estados inicial e final torna-se mais suave, diferentemente do proposto na condição de contorno periódica, na qual a variação da velocidade da fase alterada é introduzida ao escoamento de forma abrupta.



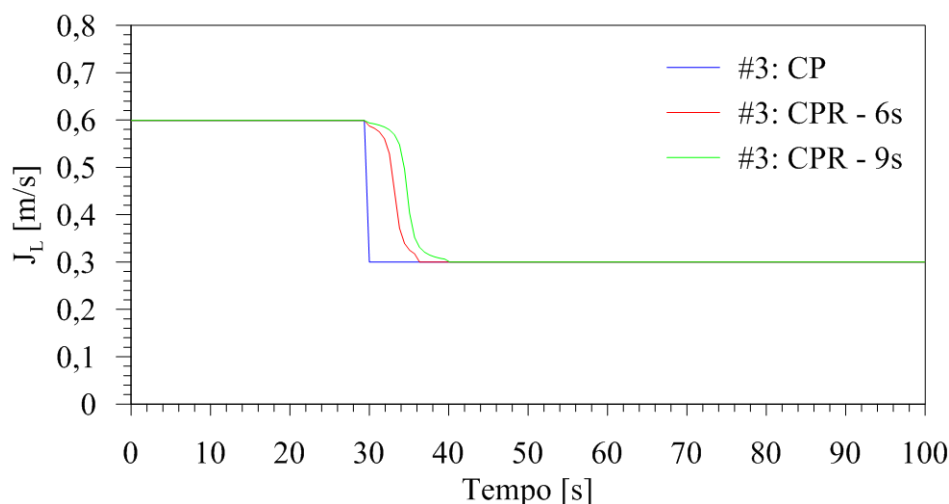


Figura 5.16 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #3 na condição periódica sem rampa e com rampas de 6 e 9s.

Foram simuladas as condições de contorno com rampas de 6 e 9s e calculadas as velocidades de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio, como demonstrado pela Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 6 e 9s para o Teste #3.

Teste #3		Dalla Maria (2016)		CPR – 6s		CPR – 9s	
Estações	z/D [-]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,16	18,6	1,22	17,1	1,34	25,4
E#1 – E#3	435	1,16	18,3	1,15	19,3	1,22	27,6
E#2 – E#3	557	1,17	18,1	1,10	21,3	1,14	29,6
Velocidade Média		1,16	18,3	1,16	19,2	1,23	27,5

Verifica-se que a velocidade de propagação da onda de fração de vazio apresenta um aumento gradual em relação a velocidade calculada para a condição de contorno periódica (vide Tabela 5.2). Quando analisado as velocidades médias para a fração de vazio das CPR 6 e 9s em conjunto aos dados experimentais de Dalla Maria (2016) constata-se que a rampa de 6s apresenta o mesmo resultado experimental (1,16 m/s), enquanto a rampa de 9s apresenta um valor superior.

A inserção da rampa à condição de contorno periódica promove uma otimização no valor encontrado para a velocidade de propagação média da onda de pressão, uma vez que as

velocidades médias se aproximam dos dados experimentais de Dalla Maria (2016). Quando comparado os resultados numéricos provenientes das CPR 6 e 9s à Tabela 5.1, percebe-se que a velocidade média de propagação da onda de pressão calculada a partir da rampa de 6s é semelhante ao resultado experimental (18,3 m/s).

Ainda, em relação a velocidade de propagação da onda de pressão foi analisado o comportamento da velocidade média com o aumento do tempo da rampa comparando-o ao dado experimental, conforme apresentado na Figura 5.17. Verifica-se que as velocidades médias diminuem gradativamente com rampas de até 6s, alcançando um valor próximo ao experimental, posteriormente o aumento no tempo da rampa acarreta no crescimento da velocidade se afastando do valor encontrado por Dalla Maria (2016).

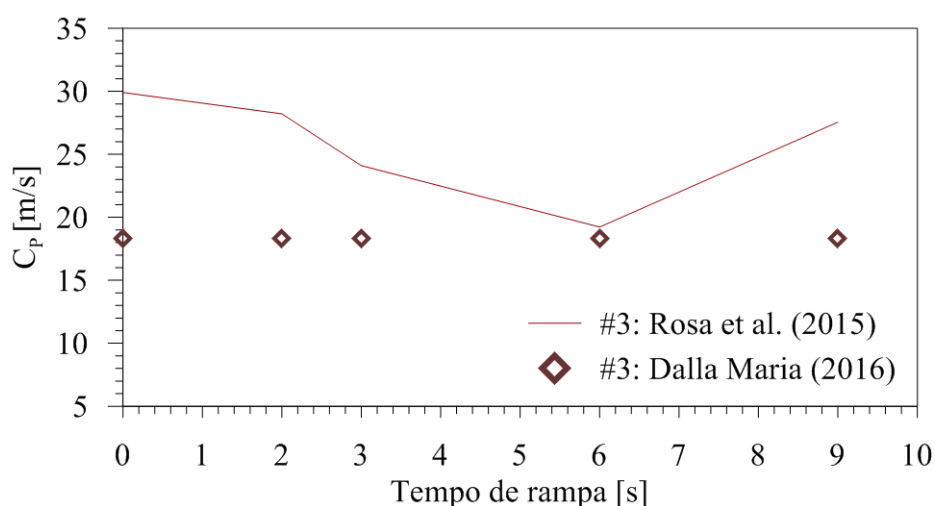


Figura 5.17 - Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #3.

Assim, pode-se dizer que para o Teste #3 a condição de contorno com rampa de 6s apresenta resultados para a velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração próxima aos dados experimentais. Vale salientar que a rampa de 6s é coincidente a rampa encontrada experimentalmente.

A evolução temporal dos perfis de velocidade superficial das fases, da fração de vazio e da pressão referentes a condição de contorno periódica com rampa de 6s estão apresentadas, respectivamente, nas Figura 5.18a, Figura 5.18b e Figura 5.18c.

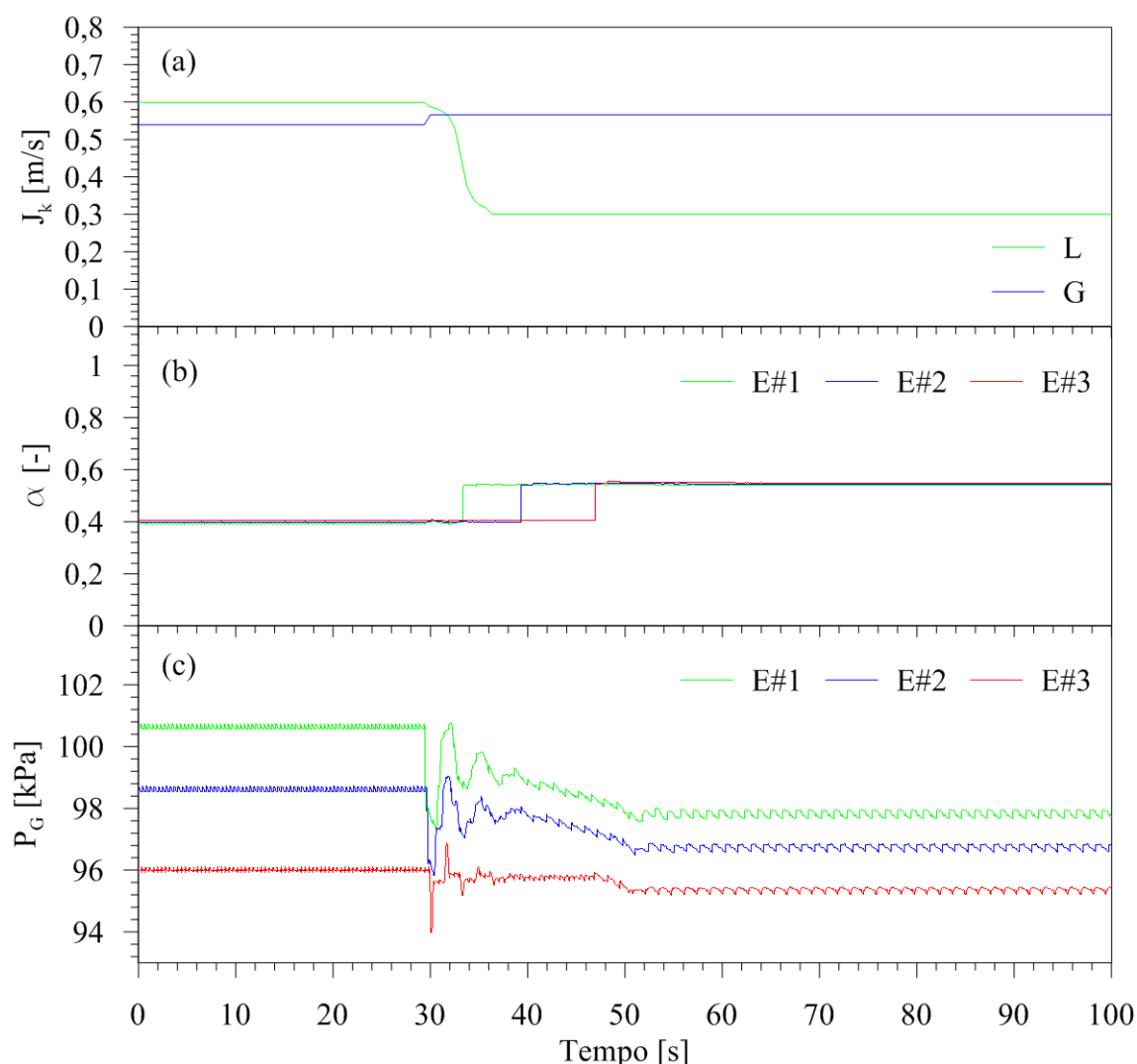


Figura 5.18 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #3 com condição de contorno periódica com rampa de 6 s.

Na Figura 5.18a verifica-se que a velocidade superficial do líquido é reduzida a partir de uma rampa 6s, à medida que a velocidade superficial do gás permanece praticamente inalterada. O comportamento dos perfis de fração de vazio e pressão exibidos, respectivamente, nas Figura 5.18b e Figura 5.18c apresentam comportamento semelhante ao obtido pela condição de contorno periódica. Assim, pode-se dizer que a inserção da rampa a condição de contorno interfere positivamente nos resultados obtidos para as velocidades de propagação das ondas, entretanto não alteram o comportamento e os patamares do primeiro e segundo estado permanente.

Enfim para o Teste #4, foram sugeridas duas rampas para a velocidade superficial do líquido de 6 e 12 segundos, como demonstrado na Figura 5.19. Verifica-se que o comportamento mais suave da variação da velocidade da fase alterada, neste caso  $J_L$ , é mais

semelhante ao encontrado experimentalmente (Figura 5.4a) do que o proposto pela condição periódica (CP).

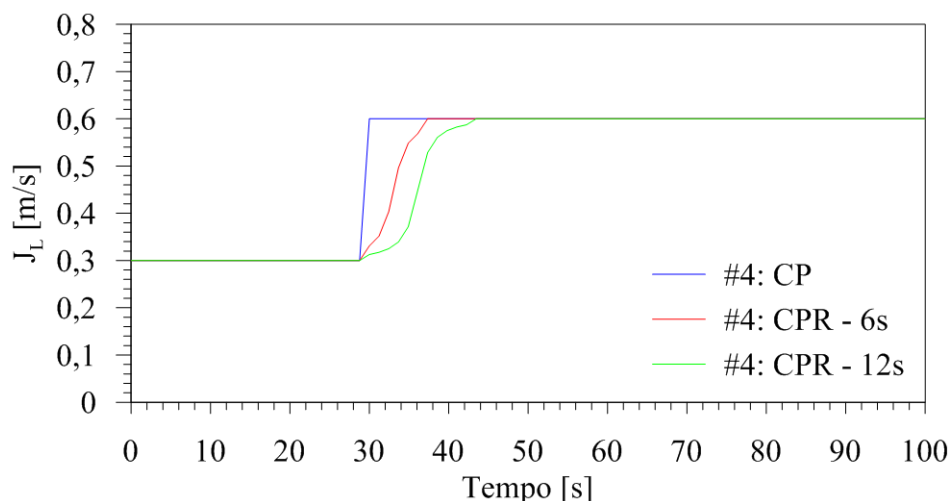


Figura 5.19 – Perfil de velocidade da fase alterada do Teste #4 na condição periódica sem rampa e com rampas de 6 e 12s.

Semelhante ao realizado nos testes anteriores, foram simuladas as condições de contorno periódica com rampas de 6 e 12s e calculado as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio afim de determinar qual o tempo de rampa mais representativo, conforme Tabela 5.10.

Tabela 5.10 – Velocidade de propagação da onda de pressão e onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampas de 6 e 12s para o Teste #4.

Teste #4		Dalla Maria (2016)		CPR – 6s		CPR – 12s	
Estações	$z/D$ [-]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,45	20,9	1,35	28,8	1,35	35,2
E#1 – E#3	435	1,45	20,7	1,36	22,5	1,36	26,1
E#2 – E#3	557	1,45	20,5	1,37	19,3	1,37	21,8
Velocidade Média		1,45	20,7	1,36	23,5	1,36	27,7

A velocidade de propagação da onda de fração de vazio calculada através das condições de contorno periódica com rampa de 6 e 12 s apresentam valores médios semelhantes ao encontrado pela condição de contorno periódica. Ainda, têm-se que a velocidade média se aproxima da velocidade de translação da bolha do segundo estado permanente (vide Tabela 5.3)

em concordância com o registrado por Vigneron *et al.* (1995). Entretanto, comparando os resultados numéricos aos dados experimentais de Dalla Maria (2016) percebe-se que as rampas de 6 e 12 s apresentam resultados para  $C_a$  inferiores ao encontrado pela campanha experimental.

Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão, verifica-se que as rampas de 6 e 12 s apresentam resultados inferiores ao encontrado pela condição periódica, permitindo assim dizer que a inserção das rampas a condição de contorno influencia diretamente no cálculo da velocidade. Através da Figura 5.20, constata-se que a velocidade de propagação média apresenta inicialmente um comportamento decrescente com o aumento no tempo da rampa, entretanto após os 6 segundos o aumento no tempo da rampa acarreta o aumento de  $C_P$ .

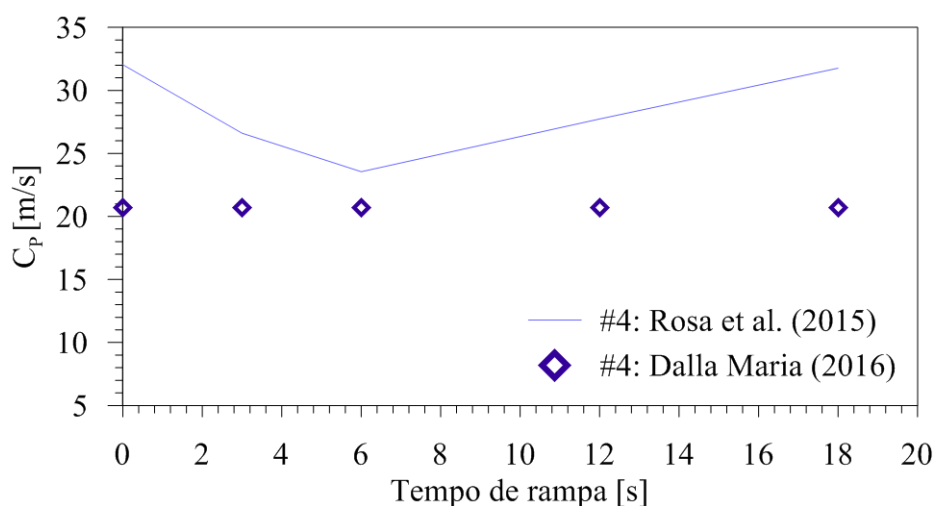


Figura 5.20 - Comparação entre a velocidade de propagação média da onda de pressão experimental de Dalla Maria (2016) e da simulação numérica para o Teste #4.

Nota-se que para o teste #4 as rampas de 6 e 12 s apresentam os mesmos resultados para a velocidade de propagação média da onda de fração de vazio, entretanto a rampa de 6s fornece um melhor resultado para a velocidade de propagação média da onda de pressão quando comparada ao resultado experimental de Dalla Maria (2016) de 20,7 m/s. Assim, têm-se que a rampa mais representativa para este teste é a de 6 segundos, coincidente com o tempo da rampa experimental.

A Figura 5.21a, exibe os perfis de velocidade superficial das fases líquida e gasosa, à medida que a evolução temporal da fração de vazio e da pressão estão expostas, respectivamente nas Figura 5.21b e Figura 5.21c.

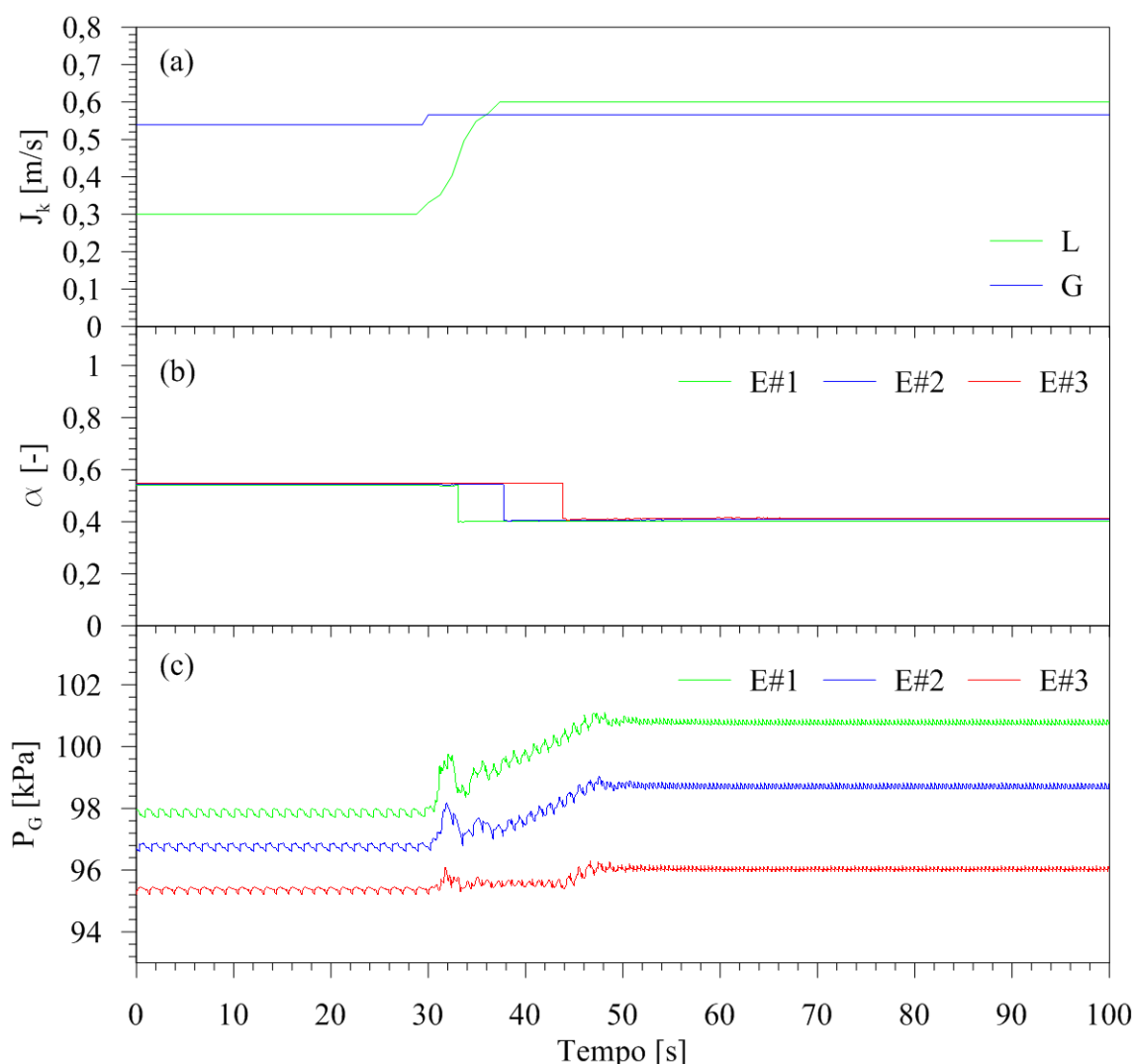


Figura 5.21 - (a) Evolução temporal das velocidades superficiais do gás e do líquido; (b) evolução temporal da fração de vazio e (c) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #4 com condição de contorno periódica com rampa de 6 s.

Observa-se na Figura 5.21a, que a velocidade superficial do líquido é acrescida de forma suave através de uma rampa de 6s, ao posto que a velocidade superficial do gás é mantida sensivelmente constante. Em relação aos perfis de fração de vazio e da pressão demonstrados, respectivamente, nas Figura 5.21b e Figura 5.21c verifica-se que o comportamento e os patamares dos estados permanentes inicial e final são semelhantes ao encontrado pela condição de contorno periódica. Assim, constata-se que a inserção da rampa à condição de contorno influencia no resultado obtido para a velocidade de propagação da onda de pressão, porém não altera significativamente os perfis de pressão e fração de vazio.

Por conveniência, é apresentado simultaneamente na Tabela 5.11, as velocidades de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio referentes as rampas que forneceram melhor resultado para os Testes #1, #2, #3 e #4.

Tabela 5.11 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio com condição de contorno periódica com rampa de 6 segundos para os Testes #1, #3 e #4 e de 5s para o Teste #2.

Estações	z/D [-]	Teste #1 CPR – 6s		Teste #2 CPR – 5s		Teste #3 CPR – 6s		Teste #4 CPR – 6s	
		$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,08	22,6	1,32	30,2	1,22	17,1	1,35	28,8
E#1 – E#3	435	1,09	24,4	1,34	24,0	1,15	19,3	1,36	22,5
E#2 – E#3	557	1,09	25,9	1,35	20,8	1,10	21,3	1,37	19,3
Velocidade Média		1,09	24,3	1,34	25,0	1,16	19,2	1,36	23,5

Ao calcular o desvio médio quadrático (RMS) entre as velocidades provenientes da simulação numérica com as condições de contorno com as melhores rampas e da campanha experimental de Dalla Maria (2016), obtêm-se para a velocidade de propagação da onda de fração de vazio desvios de 0,07, 0,13, 0,05 e 0,09, respectivamente, para os Testes #1, #2, #3 e #4. Assim, comparando-os aos desvios encontrados pela condições de contorno periódica (vide seção 5.2.2) verifica-se que para o Teste #1 e #4 obtêm-se os mesmo desvio, enquanto o Teste #2 apresenta um acréscimo de 0,1 e o Teste #3 uma queda de 0,03. Contudo, os desvios encontrados são satisfatórios uma vez que estão próximo a zero.

Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão encontra-se desvios de 1,72, 2,94, 2,10 e 4,74 referente, respectivamente, aos Testes #1, #2, #3 e #4. Constata-se para os quatro testes que a inserção da rampa à condição contorno permite um decréscimo significativo no erro, onde os maiores desvios são referentes aos Teste #2 e #4.

O distanciamento entre as velocidades oriundas da simulação numérica e a velocidade da campanha experimental de Dalla Maria (2016) é melhor exemplificada pela Figura 5.22. Na Figura 5.22a observa-se que os resultados experimentais para a velocidade de propagação da onda de fração de vazio para os Testes #1, #2 e #4 são inferiores aos dados experimentais, enquanto para o Teste #3 verifica-se que para a combinação entre as estações 1 e 3 (E#1-E#3) o valor numérico coincide com a velocidade experimental e que na combinação entre as estações 1 e 2 (E#1 – E#2) o valor numérico é superior ao experimental. Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão exposta na Figura 5.22b nota-se que para os Testes #1 e #3 as velocidades numéricas estão mais próximas ao experimental para as 3

combinações, já para os Testes #2 e #4 as velocidades referentes a combinação entre as estações 1 e 2 (E#1 – E#2) apresentam valores significativamente superiores aos dados experimentais.

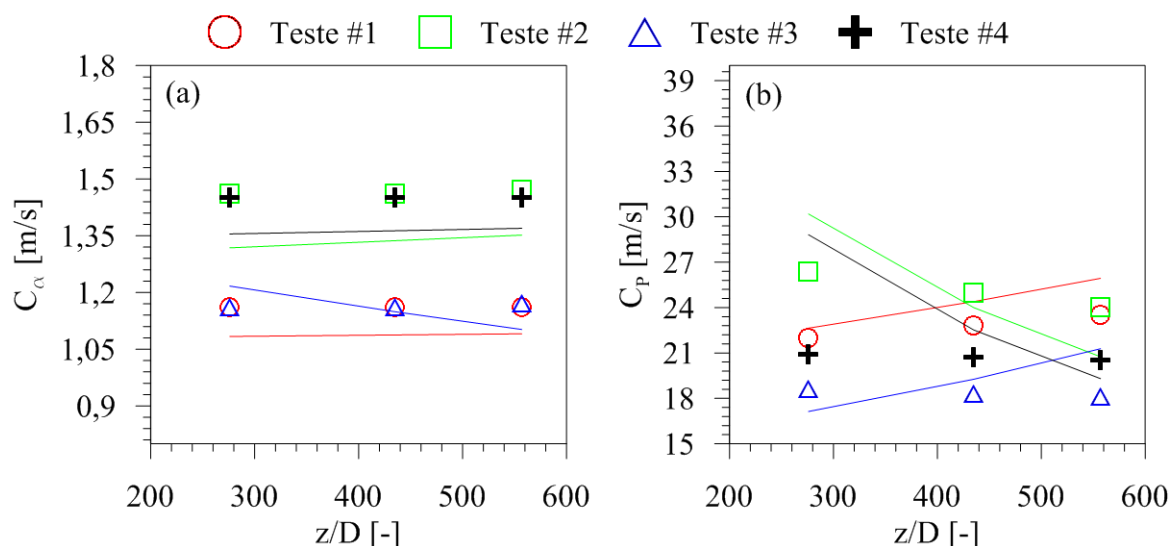


Figura 5.22 - Comparação da velocidade de propagação da onda de fração de vazio (a) e da onda de pressão (b) calculada através do modelo *slug tracking* com condição de contorno periódica com rampa (linha contínua) e dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) (pontos dispersos).

## 5.4 Condição de contorno aleatória

Nesta seção serão apresentadas as evoluções temporais da fração de vazio e da pressão para os Teste #1, #2, #3 e #4 oriundas da simulação numérica utilizando a condição de contorno aleatória, diferentemente das condições anteriores não serão demonstrados os perfis de velocidade das fases na entrada do domínio de cálculo devido a aleatoriedade das propriedades das células que adentram ao duto nessa condição de contorno. Adicionalmente, é exposto as velocidades de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio.

### 5.4.1 Evolução temporal da fração de vazio e da pressão

As Figura 5.23a e Figura 5.23b representam, respectivamente, os perfis de fração de vazio e de pressão referentes ao Teste #1 em que a velocidade superficial do gás é reduzida



enquanto a velocidade superficial do líquido é mantida praticamente constante. Na Figura 5.23a, verifica-se que a evolução temporal da fração de vazio apresenta quedas de amplitude constante nas três estações de medição durante o período transiente, enquanto nos estados permanentes inicial e final encontram-se pequenas flutuações, consoante ao encontrado na Figura 5.1 por Dalla Maria (2016).

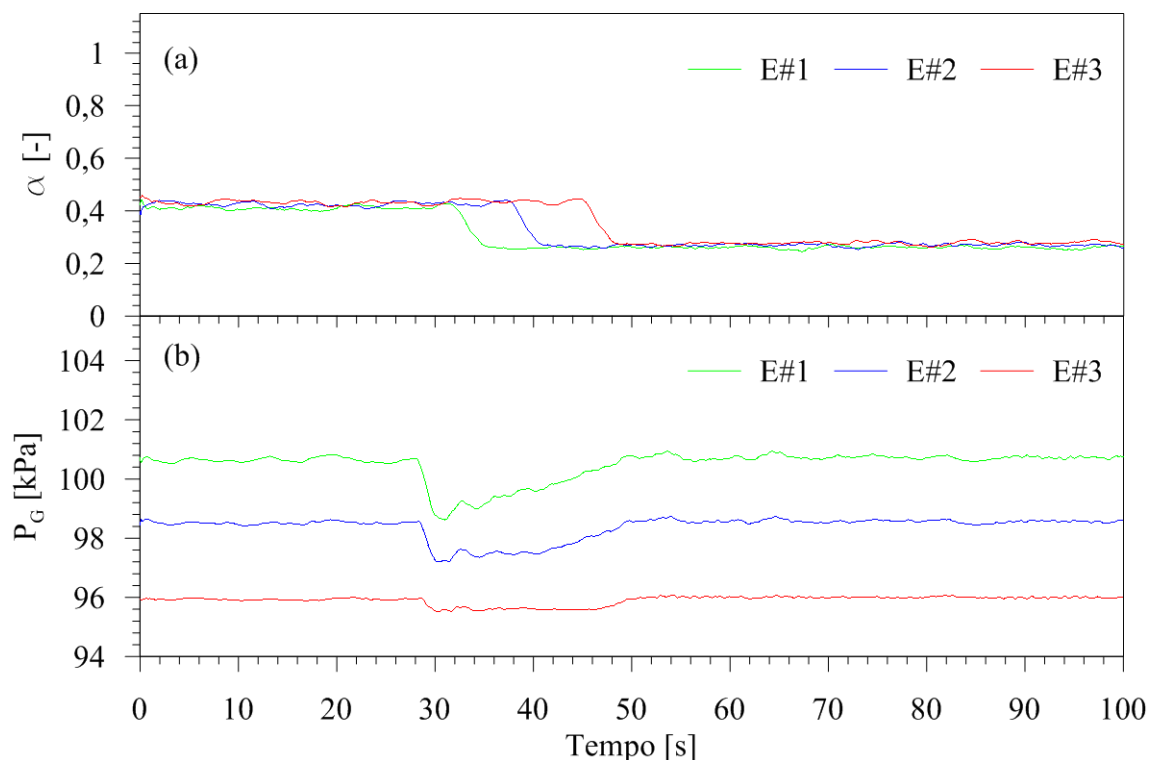


Figura 5.23 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #1 com condição de contorno aleatória.

Em relação ao perfil de pressão, nota-se que os estados inicial e final também apresentam pequenas oscilações. Após o transiente gasoso ser introduzido ao escoamento, observa-se a queda da pressão praticamente instantaneamente nas três estações e a ocorrência da pressão mínima, *undershoot*, seguido por uma região sensivelmente constante, sobretudo nas estações 2 e 3. O final dessa região constante coincide com a chegada da onda de fração de vazio à estação, e em seguida têm-se um crescimento gradual da pressão até alcançar o novo estado permanente. Durante o período transiente o comportamento da pressão é coincidente ao encontrado por Dalla Maria (2016).

A evolução temporal da fração de vazio e da pressão referente ao Teste #2 estão demonstradas, respectivamente, pelas Figura 5.24a e Figura 5.24b. Este teste consiste no

transiente gasoso em que a velocidade superficial do líquido permanece praticamente constante, ao posto que a velocidade superficial do gás é acrescida.

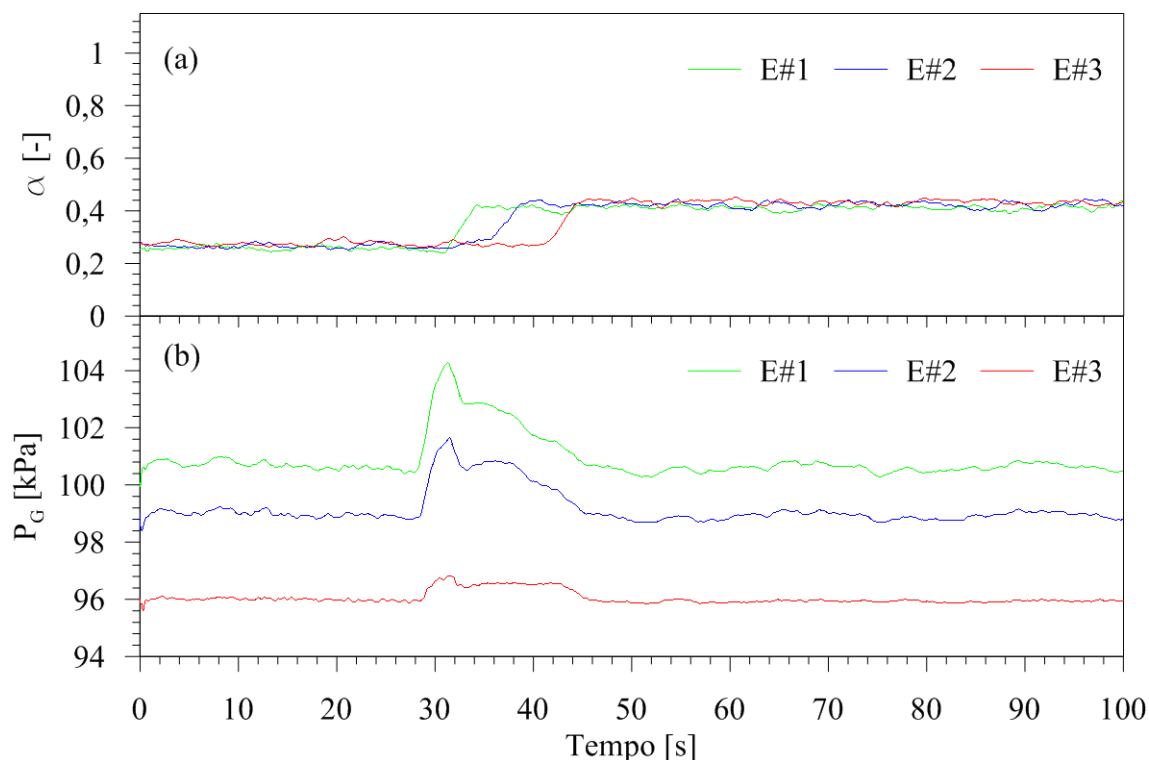


Figura 5.24 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #2 com condição de contorno aleatória.

Na Figura 5.24a nota-se que o perfil médio da fração de vazio apresenta salto de amplitude constante entre os dois estados permanentes para as três estações, enquanto os patamares dos estados inicial e final exibem pequenas flutuações. O comportamento da evolução temporal da fração da vazio obtido através da condição contorno aleatória é semelhante ao resultado experimental de Dalla Maria (2016) e aos resultado provenientes da simulação numérica com condições de contorno periódica.

A evolução temporal da pressão após o incremento na velocidade superficial do gás apresenta um aumento subido atingindo uma pressão máxima, *overshoot*, seguido por uma região sensivelmente constante, principalmente nas estações 2 e 3. Entretanto, com a chegada da onda de fração de vazio à estação, a região constante é finalizada e seguida por um decaimento progressivo da pressão até atingir o estado permanente final, conforme demonstrado na Figura 5.24b.

Verifica-se ainda para os Teste #1 e #2 que diferentemente dos resultados das condições de contorno periódica, a pressão mínima e a máxima não estão acompanhadas por um região

oscilatória, entretanto este fato pode ser justificado pela aplicação do processo de média a esta condição de contorno, conforme apresentado na seção 4.3. Adicionalmente, observa-se que ao contrário do ocorrido nas condições de contorno periódica e nos dados experimentais de Dalla Maria (2016) os patamares de pressão dos estados permanentes são praticamente iguais, este fato pode ser atribuído ao processo de média, uma vez que a pressão em cada estação é um média de cada célula que passou pelo duto.

As Figura 5.25a e Figura 5.25b apresentam, respectivamente, o perfil médio da fração de vazio e da pressão para o Teste #3, onde este teste corresponde a redução da velocidade superficial do líquido, à medida que a velocidade superficial do gás é mantida praticamente constante.

Em relação a evolução temporal da fração de vazio, apresentada na Figura 5.25a, verifica-se que o seu comportamento é semelhante ao encontrado para o Teste #2. Observa-se que após a queda na velocidade superficial do líquido têm-se um salto entres os estados permanentes conservando a forma, a medida que os estados permanentes inicial e final apresentam pequenas flutuações.

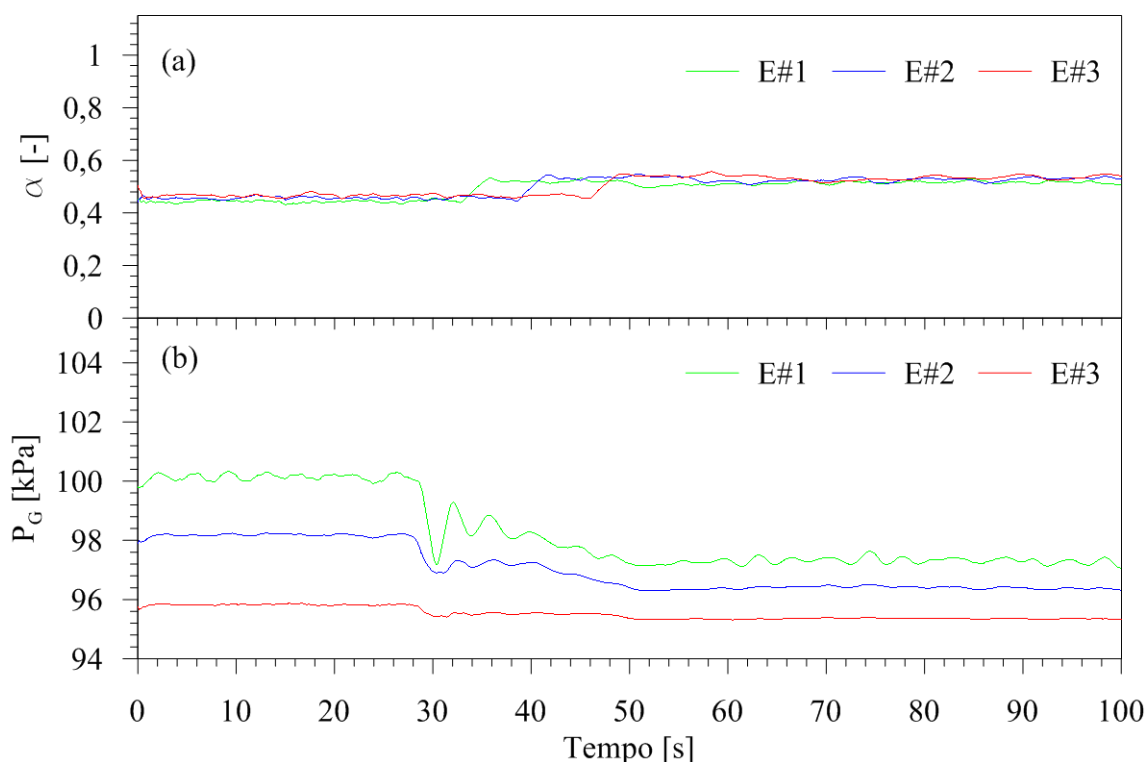


Figura 5.25 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #3 com condição de contorno aleatória.

Na evolução temporal da pressão, demonstrada na Figura 5.25b, nota-se pequenas oscilações nos estados permanentes inicial e final. Posteriormente a alteração na velocidade superficial do líquido têm-se uma queda na pressão, acompanhada por uma região com valores de pressão aproximadamente constante, sobretudo nas estações 2 e 3. Em seguida, com a chegada da onda de fração de vazio à estação observa-se um decaimento gradual da pressão até alcançar o novo estado permanente. Este comportamento é semelhante ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016) na Figura 5.3.

Os perfis médios da fração de vazio e da pressão referentes ao Teste #4, no qual a velocidade superficial do líquido é acrescida e a velocidade superficial do gás é mantida constante, estão apresentados, respectivamente, pelas Figura 5.26a e Figura 5.26b.

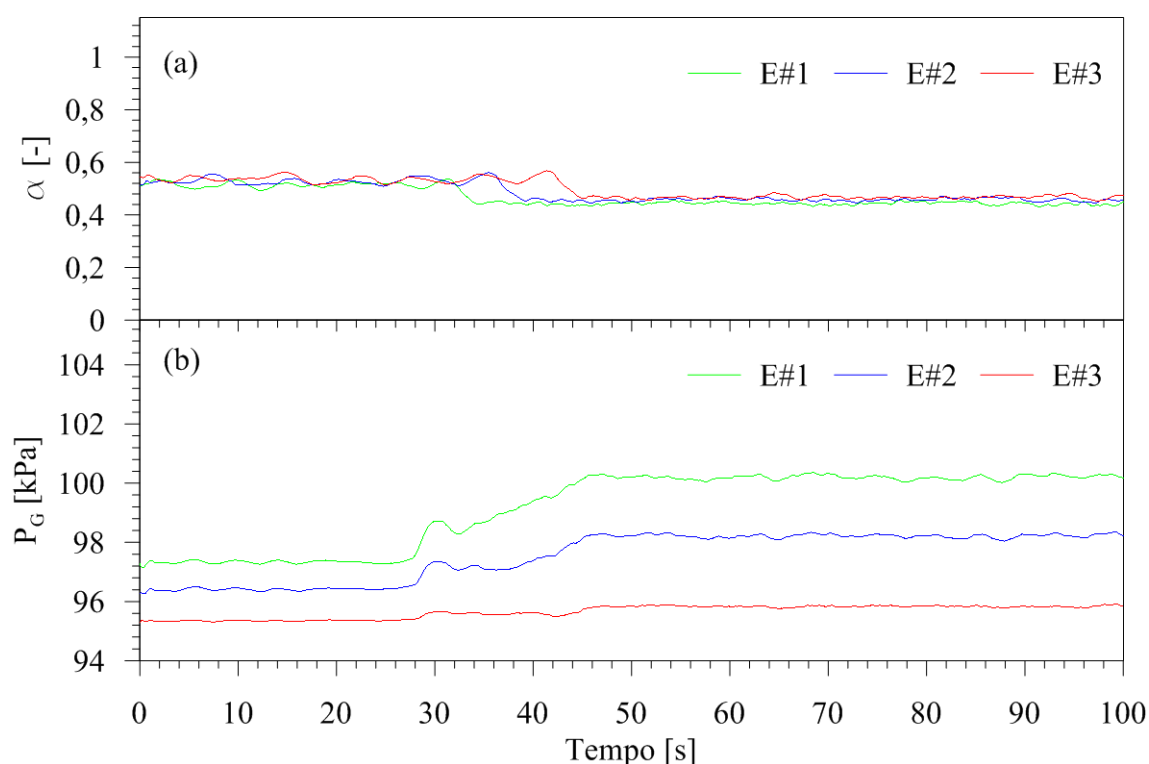


Figura 5.26 - (a) Evolução temporal da fração de vazio e (b) evolução temporal da pressão das três estações numéricas para o Teste #4 com condição de contorno aleatória.

O perfil médio da fração de vazio exposto na Figura 5.26a apresenta comportamento semelhante ao Teste #1. Nota-se pequenas flutuações nos estados permanentes inicial e final, enquanto durante o período transiente a fração de vazio apresenta quedas com amplitudes constante e conserva a forma.

Comparando o perfil médio da pressão apresentado na Figura 5.26b ao resultado experimental de Dalla Maria (2016) (vide Figura 5.4) verifica-se a semelhança do

comportamento da evolução temporal da pressão. Observa-se que após o incremento na velocidade superficial do líquido têm-se um aumento na pressão seguido por uma região constante, principalmente nas estações 2 e 3. O término desta região aproximadamente constante coincide com a chegada da onda de fração de vazio à estação. Nota-se ainda que a pressão é estabilizada apenas quando a onda de fração vazio egressa totalmente do duto.

Observa-se que semelhante aos resultados obtidos para o perfil de fração de vazio para as condições de contorno periódica no Teste #3 e #4 (seção 5.2.1), o modelo numérico não foi capaz de capturar as oscilações encontradas experimentalmente durante o período transiente. Entretanto, conforme escrito anteriormente, esta ineficiência é atribuída ao fato da fração de vazio não ser calculada para cada célula no interior do duto e sim imposta, considerando apenas as variações ocasionadas pela expansão do gás na bolha.

De forma análoga aos resultados da condição de periódica, os Teste #1 e #2 e os Teste #3 e #4 apresentam os perfis médios de fração de vazio e de pressão praticamente espelhados em relação ao eixo horizontal.

#### **5.4.2 Velocidade de propagação da onda de fração de vazio e da onda de pressão**

A partir da evolução temporal da fração de vazio e da pressão obtidas através da simulação numérica com condição de contorno aleatória para os Testes #1, #2, #3 e #4 apresentados nas Figura 5.23 a Figura 5.26 é definido as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio. A estimativa da velocidade é dada através da relação entre o intervalo de tempo gasto para que a onda alcance as estações e a distância entre as mesmas, conforme demonstrado na seção 4.4.

Semelhante ao exposto anteriormente, percebe-se através dos perfis médios da fração de vazio e da pressão que o tempo de percurso da onda de fração para alcançar as estações é maior do que o encontrado na onda de pressão, assim constata-se que a velocidade de propagação da onda de fração de vazio é menor do que a encontrada para a onda de pressão. A Tabela 5.12 apresenta as velocidades de propagação da onda de fração de vazio e da onda de pressão obtidas para os Testes #1, #2, #3 e #4 com condição de contorno aleatória.

Tabela 5.12 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio com condição de contorno aleatória para os quatros testes.

Estações	z/D [-]	Teste #1		Teste #2		Teste #3		Teste #4	
		$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,12	26,4	1,40	42,3	1,12	27,6	1,43	33,4
E#1 – E#3	435	1,09	24,8	1,42	27,6	1,09	25,2	1,43	24,0
E#2 – E#3	557	1,08	23,7	1,43	21,8	1,08	23,7	1,43	19,8
Velocidade Média		1,10	25,0	1,42	30,6	1,10	25,5	1,43	25,7
Velocidade Média Dalla Maria (2016)		1,16	22,8	1,46	25,1	1,16	18,3	1,45	20,7

A velocidade de propagação da onda de fração de vazio apresenta valores semelhantes para o Teste #1 e #3 e para Teste #2 e #4. O Teste #1 apresenta um resultado médio próximo a velocidade de translação da bolha do segundo estado permanente (Tabela 5.3), em concordância com Vigneron *et al.* (1995), enquanto a velocidade média para o Teste #3 apresenta-se no intervalo entre a velocidade de translação da bolha e a velocidade calculada experimentalmente por Dalla Maria (2016). Para os testes em que ocorre o aumento na velocidade da fase alterada (Teste #2 e #4) as velocidades de propagação média se aproximam do valor encontrado experimentalmente (vide Tabela 5.1). O comportamento das velocidades de propagação da onda de fração de vazio dos quatros testes estão expostas na Figura 5.27a.

Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão, verifica-se que os resultados numéricos provenientes da simulação com condição de contorno aleatória são superiores aos encontrados experimentalmente por Dalla Maria (2016). Conforme demonstrado pela Figura 5.27b, os Testes #2 e #4 apresentam diferenças significativas para a primeira combinação entre as estações (E#1-E#2).

Ao analisar o desvio médio quadrático (RMS) entre as velocidades de propagação experimental e numérica, verifica-se que para a velocidade propagação da onda de fração de vazio obtêm-se desvios de 0,07, 0,05, 0,07 e 0,02, respectivamente, para os Teste #1, #2, #3 e #4. Percebe-se que os Testes #1 e #3 apresentam os maiores erros, porém todos são próximos a zero. Para a velocidade de propagação da onda de pressão encontram-se desvios de 2,81, 9,37, 7,31 e 7,46, respectivamente, para os Testes #1, #2, #3 e #4. Assim, constata-se que os maiores

erros correspondem aos Testes #2 e #4, fato que pode ser atribuído à discrepância encontrada para a combinação E#1-E#2.

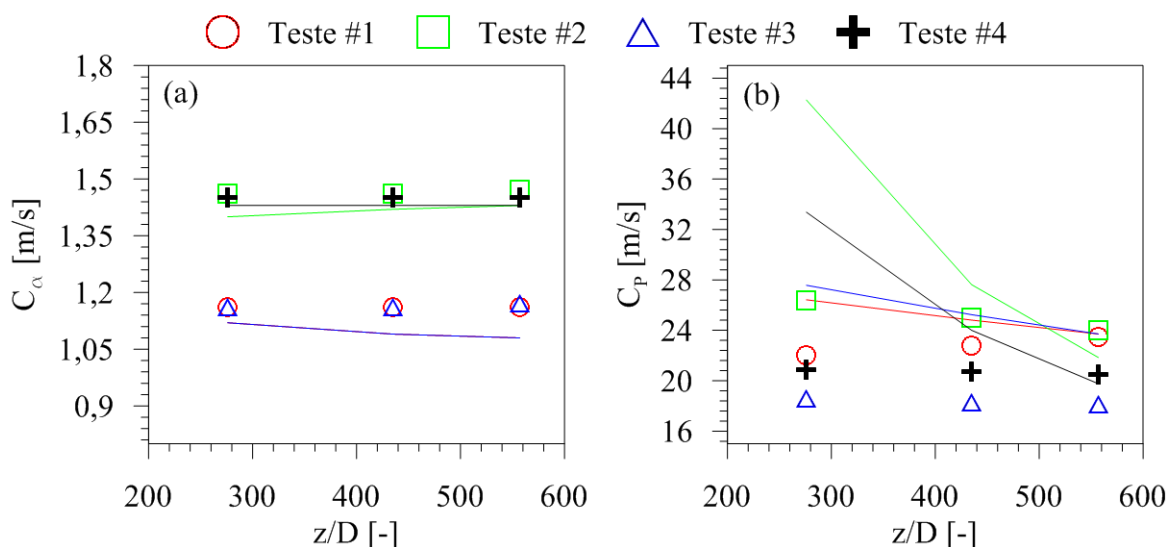


Figura 5.27 - Comparação da velocidade de propagação da onda de fração de vazio (a) e da onda de pressão (b) calculada através do modelo slug tracking com condição de contorno aleatória (linha contínua) e dos dados experimentais de Dalla Maria (2016) (pontos dispersos).

## 5.5 Comparação entre as simulações e os resultados experimentais

Expostos os resultados provenientes das três condições de contorno propostas para este trabalho, esta seção tem como objetivo comparar simultaneamente os resultados das velocidades de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio provenientes da simulação numérica com condição de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória aos dados experimentais e assim definir qual condição de contorno é mais representativa para os Testes #1, #2, #3 e #4.

A comparação é realizada através da análise entre os resultados experimentais e numéricos provenientes das condições de contorno propostas neste trabalho, a representatividade em relação aos dados encontrados por Dalla Maria (2016) também é exposta através do desvio médio quadrático calculado para cada condição de contorno em estudo. Serão apresentadas apenas as análises dos desvios referentes a velocidade de propagação da onda de pressão, uma vez que para as três condições propostas o desvio em relação a velocidade de propagação da onda de fração de vazio se aproxima de zero.

Para o Teste #1, a Tabela 5.13 representa os resultados para a velocidade da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e da simulação numérica das condições de contorno periódica, periódica com rampa de 6s e aleatória, respectivamente, na segunda, terceira, quarta e quinta coluna. Verifica-se que o resultado encontrados para a velocidade média da onda de fração de vazio é semelhante para os três casos numéricos, onde os mesmos apresentam resultados inferiores ao experimental.

Tabela 5.13 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #1.

Teste #1		Dalla Maria (2016)		CP		CPR – 6s		CA	
Estações	z/D [-]	C <sub>a</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]	C <sub>a</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]	C <sub>a</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]	C <sub>a</sub> [m/s]	C <sub>P</sub> [m/s]
E#1 – E#2	276	1,16	22,0	1,08	30,2	1,08	22,6	1,12	26,4
E#1 – E#3	435	1,16	22,8	1,09	30,5	1,09	24,4	1,09	24,8
E#2 – E#3	557	1,16	23,5	1,09	30,7	1,09	25,9	1,08	23,7
Velocidade Média		1,16	22,8	1,09	30,5	1,09	24,3	1,10	25,0

Em relação a velocidade de propagação da onda de pressão, verifica-se que a condição de contorno periódica sem rampa apresenta a maior velocidade média, na qual pode ser justificada pela rigidez da condição de contorno em relação a redução da velocidade superficial do gás. Observa-se que a inserção de uma rampa à condição de contorno periódica ou a utilização de uma condição de contorno com propriedades aleatórias fornecem resultados inferiores a CP, entretanto a condição de contorno periódica com rampa apresenta a velocidade média mais próxima ao experimental e com o menor desvio quadrático conforme a Figura 5.28.



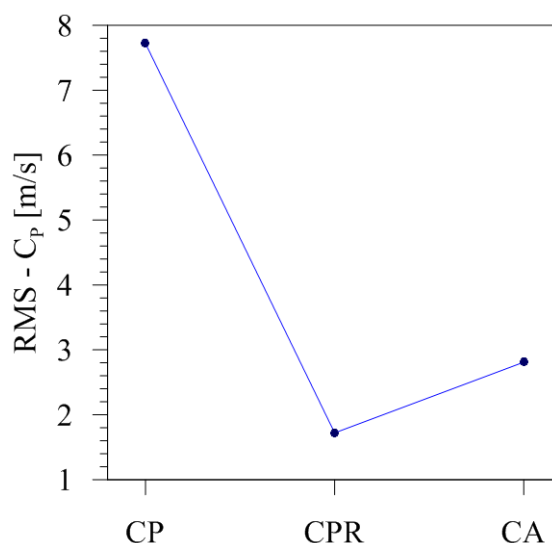


Figura 5.28 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #1.

A Tabela 5.14 apresenta as velocidades das ondas de pressão e fração de vazio referentes ao Teste #2 para a campanha experimental de Dalla Maria (2016) e para as condições de contorno periódica, periódica com rampa de 5s e a condição aleatória, respectivamente, na segunda, terceira, quarta e quinta coluna.

Tabela 5.14 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #2.

Teste #2		Dalla Maria (2016)		CP		CPR – 5s		CA	
Estações	$z/D$ [-]	$C_a$ [m/s]	$C_p$ [m/s]	$C_a$ [m/s]	$C_p$ [m/s]	$C_a$ [m/s]	$C_p$ [m/s]	$C_a$ [m/s]	$C_p$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,46	26,4	1,34	31,7	1,32	30,2	1,40	42,3
E#1 – E#3	435	1,46	25,0	1,35	34,0	1,34	24,0	1,42	27,6
E#2 – E#3	557	1,47	24,0	1,35	36,1	1,35	20,8	1,43	21,8
Velocidade Média		1,46	25,1	1,35	33,9	1,34	25,0	1,42	30,6

Observa-se que os valores encontrados para a velocidade da onda de fração de vazio oriunda da simulação com condição periódica com e sem rampa fornecem resultados semelhantes e próximos a velocidade de translação da bolha do segundo estado permanente, enquanto a condição aleatória se aproxima da velocidade experimental. Entretanto, ao analisar a velocidade da onda de pressão verifica-se que o desvio médio quadrático para as condições CP e CA são relativamente altos e praticamente iguais, conforme o apresentado na Figura 5.29.

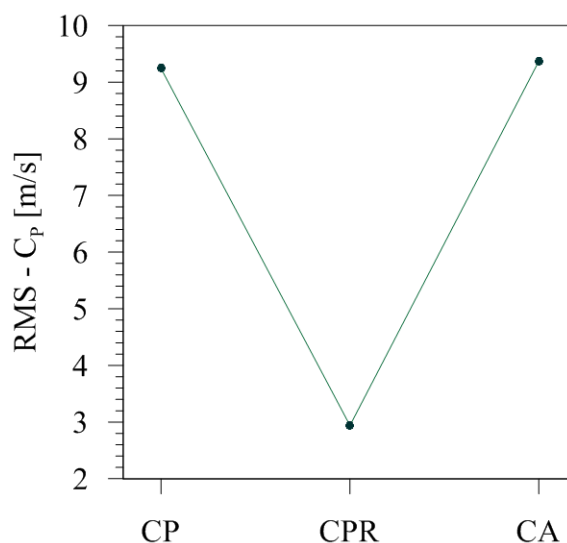


Figura 5.29 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #2.

Assim, como o desvio médio quadrático para a velocidade da onda de fração de vazio é próxima zero para as três condições de contorno, define-se como a condição de contorno mais representativa a periódica com rampa de 5s, uma vez que a mesma apresenta o menor erro para a velocidade da onda de pressão em relação aos dados experimentais.

Em relação ao Teste #3, a Tabela 5.15 revela as velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica através das condições de contorno periódica, periódica com rampa de 6s e aleatória.

Tabela 5.15 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #3.

Teste #3		Dalla Maria (2016)		CP		CPR – 6s		CA	
Estações	$z/D$ [-]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_p$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_p$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_p$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_p$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,16	18,6	1,07	30,2	1,22	17,1	1,12	27,6
E#1 – E#3	435	1,16	18,3	1,08	29,9	1,15	19,3	1,09	25,2
E#2 – E#3	557	1,17	18,1	1,09	29,6	1,10	21,3	1,08	23,7
Velocidade Média		1,16	18,3	1,08	29,9	1,16	19,2	1,10	25,5

Verifica-se que a velocidade da onda de fração de vazio calculada para a condição de contorno periódica com rampa apresenta a velocidade média igual a experimental, enquanto as

condições CP e CA revelam velocidades médias entre a velocidade de translação da bolha e a velocidade da onda de fração de vazio experimental.

Em relação a velocidade da onda de pressão observa-se um comportamento semelhantes ao Teste #1, onde a condição de contorno periódica sem rampa apresenta a maior velocidade média em relação as duas demais condições propostas. Contudo, conforme demonstrado na Figura 5.30, o desvio médio quadrático referente a condição de contorno periódica com rampa de 6s é o menor em relação a CP e CA.

Assim, constata-se que para este caso que a condição de contorno periódica com rampa de 6s fornece os melhores resultados para a velocidade média da onda de pressão e da onda de fração de vazio.

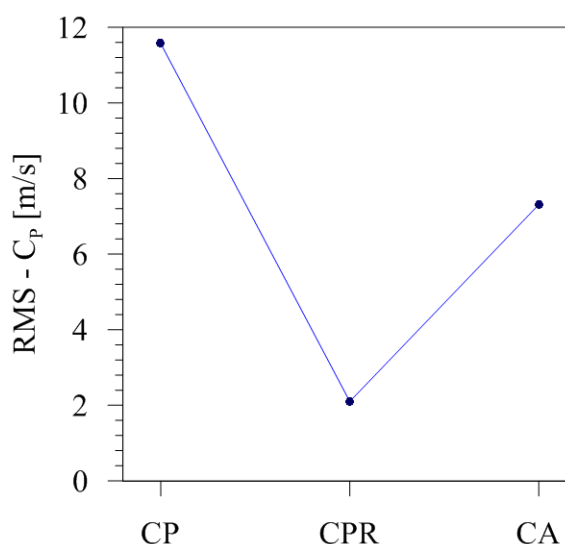


Figura 5.30 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #3.

Por fim, para o Teste #4 a Tabela 5.16 apresenta as velocidades de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio provenientes da campanha experimental e da simulações numéricas com condição de contorno periódica, periódica com rampa de 6s e aleatória.

Observa-se que a velocidade de propagação da onda de fração de vazio referente a condição de contorno aleatória se aproxima dos dados experimentais de Dalla Maria (2016), a medida que as velocidades das condições CP e CPR se aproximam da velocidade de translação da bolha. Entretanto, o maior desvio encontrado para as três condições de contorno é de 0,09.

Tabela 5.16 – Velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio experimental e numérica (CP, CPR e CA) para o Teste #4.

Teste #4	Dalla Maria (2016)	CP	CPR – 6s	CA
----------	--------------------	----	----------	----

Estações	$z/D$ [-]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]	$C_\alpha$ [m/s]	$C_P$ [m/s]
E#1 – E#2	276	1,45	20,9	1,36	37,3	1,35	28,8	1,43	33,4
E#1 – E#3	435	1,45	20,7	1,36	31,1	1,36	22,5	1,43	24,0
E#2 – E#3	557	1,45	20,5	1,37	27,7	1,37	19,3	1,43	19,8
Velocidade Média		1,45	20,7	1,36	32,0	1,36	23,5	1,43	25,7

Quando analisado a velocidade de propagação da onda de pressão verifica-se que a condição de contorno periódica apresenta uma velocidade média alta em relação as condições CPR e CA, onde este fato é justificado pela rigidez imposta ao escoamento a partir do aumento brusco da velocidade superficial do líquido através da condição de entrada. Contudo, conforme demonstrado pela Figura 5.31 a condição periódica com rampa apresenta o menor desvio em relação aos dados experimentais.

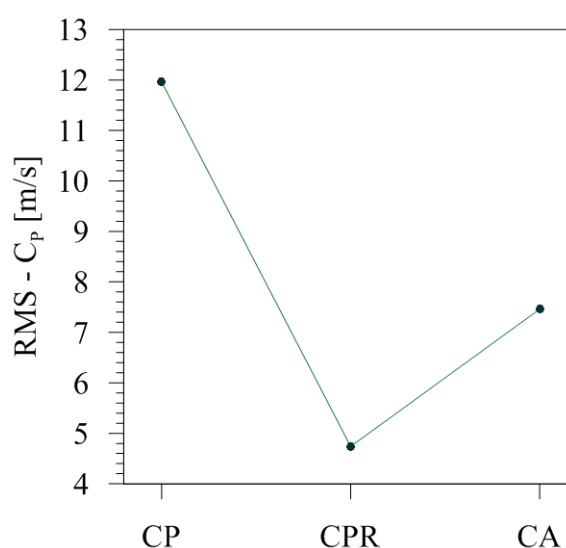


Figura 5.31 – Desvio médio quadrático da velocidade da onda de pressão calculado para as condições de contorno periódica, periódica com rampa e aleatória para o Teste #4.

Analisando isoladamente as condições de contorno propostas neste trabalho verifica-se que a implementação de CA é mais complexa quando comparada as condições periódicas, devido primeiramente a aleatoriedade das propriedades a serem atribuídas as células e também pela necessidade de aplicação do processo de média a 20 simulações para a obtenção das velocidades das ondas de pressão e fração de vazio. Contudo, não pode-se atribuir a sua fraca performance a sua complexidade.

Em relação as condições periódicas observa-se a importância da inserção da rampa para suavizar a transição da velocidade superficial da fase alterada entre os dois estados permanentes, a melhoria nos resultados de CPR podem ser correlacionados ao fato de que o escoamento necessita de um determinado tempo para amortecer esta variação e atingir o novo estado, conforme verificado nos resultados experimentais. Vale ressaltar que a escala de grandeza baseada no tempo característico e no tempo de residência da onda de fração vazio no duto proposta neste trabalho se mostrou com uma eficiente alternativa para estimar uma escala para o tempo de rampa. No entanto, é importante se atentar ao tamanho da rampa, uma vez que observa-se um comportamento similar para os quatros testes onde a velocidade de propagação da onda de pressão diminui a partir da inserção da rampa atingindo um valor mínimo próximo ao dado experimental e depois volta a subir.

Ainda, a partir da comparação dos resultados provenientes das condições de contorno, observa-se para os Testes #1, #3 e #4 que a simulação numérica com condição aleatória apresenta resultados melhores quando comparado a condição periódica sem rampa, enquanto para o Teste #2 os desvios encontrados para as condições CP e CA tem uma pequena diferença de 0,13. Entretanto, verifica-se que a condição de contorno periódica com rampa apresenta os melhores e mais representativos resultados para os quatros testes.

Esta constatação indica que a inserção de uma rampa à condição de contorno periódica fornece resultados mais representativos do que a utilização de uma condição de contorno que introduz a condição intermitente intrínseca a este tipo de escoamento. Desta forma, têm-se que a utilização da condição de contorno periódica com rampa é uma forma eficiente e simples de determinar a velocidade de propagação da onda de pressão usando o modelo de seguimento de pistões.

Posteriormente, ao analisar a Tabela 5.11 referente aos resultados da velocidade de propagação da onda de pressão e fração de vazio para a condição periódica com rampa verifica-se que a mesma apresenta comportamento semelhante ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016), onde as velocidades de propagação da onda de pressão e fração de vazio dos Testes #2 e #4 são maiores do que os Teste #1 e #3. Ainda, têm-se que a velocidade da onda de fração de vazio é praticamente constante ao longo do duto, enquanto a velocidade da onda de pressão apresenta maior dispersão ao longo das estações de medição.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho, realizou-se um estudo numérico do escoamento bifásico transiente no regime intermitente através do modelo de seguimento de pistões proposto por Rosa *et al.* (2015) com o objetivo de verificar a capacidade do modelo em prever o comportamento da onda de pressão e da onda de fração de vazio. A configuração da simulação é composta por uma linha horizontal com três estações de medição, onde foram gravadas as propriedades do escoamento intermitente. Esta configuração coincide com a campanha experimental realizada por Dalla Maria (2016), que foi utilizada como referência para a comparação com os resultados numéricos oriundos da simulação.

O modelo de seguimento de pistões desenvolvido por Rosa *et al.* (2015) é obtido a partir das equações de conservação de massa e de quantidade de movimento na forma integral aplicadas a um volume de controle coincidente com a célula unitária. Utiliza-se como condição de contorno uma lista contendo as propriedades de velocidade superficial do gás ( $J_G$ ) e do líquido ( $J_L$ ), o comprimento da bolha ( $L_f$ ) e do pistão ( $L_s$ ), o holdup de líquido do filme ( $R_f$ ) e do pistão ( $R_s$ ) e o centroide de pressão ( $\xi$ ) que serão atribuídas a cada célula introduzida ao duto. Neste trabalho, esta lista de propriedades é responsável por introduzir o transiente ao escoamento através da variação da velocidade superficial da fase líquida ou gasosa, assim foram propostas três condições de contorno: periódica, periódica com rampa e aleatória.

As condições de contorno periódica utilizam as propriedades médias da campanha experimental de Dalla Maria (2016), porém se diferem pela forma como é dada a variação da velocidade superficial da fase alterada entre os estados permanentes. Enquanto, a condição de contorno aleatória é obtida através de um programa de geração de listas utilizando os dados experimentais da velocidade de translação da bolha ( $U_T$ ) e o comprimento da bolha e do pistão.

A primeira análise dos resultados refere-se ao comportamento da evolução temporal da pressão e da fração de vazio. Para as três condições de contorno foram encontrados comportamentos semelhantes para estas propriedades, verificou-se para os quatros testes que os perfis da fração de vazio apresentaram um salto entre os estados inicial e final. Complementarmente, em relação aos perfis de pressão observa-se que nos transientes introduzidos pela variação da velocidade superficial da fase gasosa exibem *undershoot* ou *overshoot* consoante ao registrado por King *et al.* (1998) e Dalla Maria (2016), enquanto para

os transientes impostos pela variação da velocidade superficial da fase líquida a pressão apresenta uma variação brusca seguida por uma aproximação gradativa até alcançar o estado final conforme demonstrado por Dalla Maria (2016).

As simulações com condições de contorno periódica apresentam resultados praticamente coincidentes para a evolução temporal da pressão e fração de vazio, o que sugere que a inserção da rampa à condição de contorno não influencia no comportamento e nos patamares dos estados permanentes inicial e final. Adicionalmente, comparando a evolução temporal da pressão oriunda da condição de contorno aleatória à periódica, observa-se a ausência da região oscilatória com amplitudes amortecidas durante o período transiente, porém este fato pode ser atribuído à aplicação do processo de média.

Assim, as três condições de contorno foram capazes de fornecer resultados para a evolução temporal da pressão e fração de vazio semelhantes ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016), apresentando apenas uma deficiência na definição da fração de vazio durante o período transiente para os testes em que a velocidade superficial do líquido é alterada. Entretanto, esta deficiência pode ser atribuída ao fato da fração de vazio não ser calculada para cada célula no interior do duto, e sim imposta.

Por fim, foi realizado uma análise em relação a velocidade de propagação da onda de pressão e da onda de fração de vazio. Verifica-se que as três condições de contorno fornecem valores médios para a velocidade da onda de fração de vazio semelhantes e com desvios médios quadráticos próximos a zero. Para a velocidade de propagação da onda de pressão, observa-se que a condição de contorno periódica apresenta velocidades médias altas devido a rigidez introduzida ao escoamento pela variação brusca da velocidade superficial da fase alterada, com desvio médio quadrático máximo e mínimo para os quatro testes de, respectivamente, 12 e 7,7. Contudo, a inserção da rampa à condição de contorno periódica torna-a mais representativa em relação aos dados experimentais e fornece velocidades médias próximas ao encontrado experimentalmente por Dalla Maria (2016), com RMS máximo para os quatro testes transientes de 4,74. Em relação a condição de contorno aleatória onde a característica intermitente é introduzida ao escoamento, observa-se desvios médios inferiores aos erros da condição periódica sem rampa para a maioria dos testes, apresentando um desvio máximo e mínimo, respectivamente, de 9,4 e 2,8.

Entretanto, ao comparar as três condições de contorno aos dados experimentais verifica-se que o menor erro corresponde a condição de contorno periódica com rampa para os quatro testes. Assim, constata-se que a inserção da rampa à condição de contorno é mais representativa do que a utilização de uma condição de contorno aleatória para os casos em estudo.

Diante dos resultados obtidos foi possível comprovar a capacidade do modelo de Rosa *et al.* (2015) para a simulação do escoamento horizontal transiente no escoamento intermitente, conforme proposto inicialmente. Verifica-se que o modelo apresentou resultados semelhantes ao experimental para a evolução temporal da pressão e fração de vazio e para as velocidades de propagação das ondas de pressão e fração de vazio.

Um ponto que não foi abordado neste trabalho e pode ser o foco em trabalhos futuros é a análise dos principais parâmetros do escoamento intermitente durante o período transiente, afim de verificar o comportamento das propriedades das células durante este intervalo de tempo.



## REFERÊNCIAS

AL-SAFRAN, Eissa M.; TAITEL, Yehuda.; BRILL, James P. Prediction of Slug Length Distribution Along a Hilly Terrain Pipeline Using Slug Tracking Model. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 126, n. 1, p. 54, 2004.

ANDREUSSI, P.; BENDIKSEN, KH.; NYDAL, OJ. Void distribution in slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, n. 5, p. 817–828, 1993.

BENDIKSEN, K. An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 10, n. 4, p. 467–483, ago. 1984.

COOK, M.; BEHNIA, M. Film profiles behind liquid slugs in gas-liquid pipe flow. **Aiche Journal**, v. 43, n. 9, p. 2180–2186, 1997.

COOK, M.; BEHNIA, M. Slug length prediction in near horizontal gas-liquid intermittent flow. **Chemical Engineering Science**, v. 55, n. 11, p. 2009–2018, 2000.

COSTIGAN, G.; WHALLEY, PB. Slug flow regime identification from dynamic void fraction measurements in vertical air-water flows. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 23, n. 2, p. 263–282, 1997.

DALLA MARIA, Lucas. **Estudo Experimental das Ondas de Fração de Vazio e Pressão em Escoamento Horizontal Transiente de Ar e Água no Padrão Intermitente**. (2016). 161 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas, Campinas, (2016).

DALLA MARIA, Lucas.; ROSA, Eugênio. Experimental evaluation of the void and pressure waves in a transient air-water horizontal slug flow, 2015 Rio de Janeiro: COBEM, 2015.

DUKLER, Abraham E.; HUBBARD, Martin G. A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes. **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, v. 14, n. 4, p. 337–347, 1975.

FABRE, J.; LINÉ, A.; GADOIN, E. Void and pressure waves in slug flow. 1995 p. 25–44.

FABRE, J.; LINÉ, A.; PÉRESSON, L. Two-fluid/two-flow-pattern model for transient gas-liquid flow in pipes. 1989, Nice, France: BHRA, 1989. p. 269–84.

FAGUNDES NETTO, J. Shape of long bubbles in horizontal slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 25, n. 6–7, p. 1129–1160, 1999.

FERNANDES, RC.; SEMIAT, R.; DUKLER, A. *Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes*. **AIChE Journal**, 1983.

FRANKLIN, Erick de Moraes. **Modelagem Numérica para Seguimento Dinamico de Bolhas em Escoamento Intermitente Horizontal Gás-Líquido**. (2004). 235 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, (2004).

GADOIN, E. *Régime intermittent “gaz - liquide” en conduite horizontale: écoulements non établis et transitoires*. (1993). Inst. Natl Polytech de Toulouse, France, (1993).

GRENIER, Philippe. **Evolution des longueurs de bouchons en écoulement intermittent horizontal**. (1997). 193 f. Tese (Doutorado) - Institut National Polytechnique, Toulouse, (1997).

HEWITT, GF.; JAYANTI, S. To churn or not to churn. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, n. 3, p. 527–529, 1993.

KING, MJS.; HALE, CP.; LAWRENCE, CJ.; HEWITT, GF. Characteristics of flowrate transients in slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 24, n. 5, p. 825–854, 1998.

KOKAL, SL.; STANISLAV, JF. An experimental study of two-phase flow in slightly inclined pipes-I. Flow patterns. **Chemical Engineering Science**, v. 44, n. 3, p. 665–679, 1989.

MADANI, S.; CABALLINA, O.; SOUHAR, M. Unsteady dynamics of Taylor bubble rising in vertical oscillating tubes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 35, n. 4, p. 363–375, 2009.

MAZZA, RA.; ROSA, ES.; YOSHIZAWA, CJ. Analyses of liquid film models applied to horizontal and near horizontal gas-liquid slug flows. **Chemical Engineering Science**, v. 65, n. 12, p. 3876–3892, 2010.

MINAMI, K. *Transient flow and pigging dynamics in two-phase pipelines*. (1991). 145 f. University of Tulsa, (1991).

MOISSIS, R.; GRIFFITH, P. Entrance Effects in a Two-Phase Slug Flow. **Journal of Heat Transfer**, v. 84, n. 1, p. 29, 1962.

NAVARRO, Juan José Guillermo. **Estudo do comportamento dinâmico de um escoamento Padrão Golfadas de Líquido**. (2010). 136 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas (2010).

NICHOLSON, MK.; AZIZ, K.; GREGORY, Ga. Intermittent 2 Phase Flow in Horizontal Pipes - Predictive Models. **Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 56, n. 6, p. 653–663, 1978.

NICKLIN, DJ.; WILKES, JO.; DAVIDSON, JF. *Two-Phase Flow in Vertical Tubes*. **Trans. Inst. Chem. Eng.** 1962.

RODRIGUES, Hendy Tisserant. **Simulação Numérica do Escoamento Bifásico Gás-Líquido no Padrão de Golfadas Utilizando um Modelo Lagrangeano de Seguimento de Pistões**. (2009). 180 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, (2009).

ROSA; MAZZA, RA.; MORALES, RE.; RODRIGUES, HT.; COZIN, C. Analysis of slug tracking model for gas–liquid flows in a pipe. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 37, n. 6, p. 1665–1686, 2015.

SHOHAM, Ovadia. *Mechanistic modeling of gas-Liquid Two-phases Flow in Pipes*. Tulsa: Society of Petroleum Engineers, (2005).

TAITEL, Y.; BARNEA, D. A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 19, n. 5, p. 829–838, out. 1993.

TAITEL, Y.; BARNEA, D. Effect of gas compressibility on a slug tracking model. **Chemical Engineering Science**, v. 53, n. 11, p. 2089–2097, 1998.

TAITEL, Y.; BARNEA, D. Slug-Tracking Model for Hilly Terrain Pipelines. **SPE Journal**, v. 5, n. 1, p. 102–109, 2000.

TAITEL, Y.; BARNEA, D. *Two-Phase Slug Flow*. **Advances in Heat Transfer**, 1990

TAITEL, Y.; BORNEA, D.; DUKLER, AE. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. **Aiche. J.**, v. 26, n. 3, May 1980, p. 345–354, 1980.

THÉRON, B. *Écoulements instationnaires intermittents de gaz et de liquide en conduite horizontale*. (1989). Inst. Natl Polytech de Toulouse, France, (1989).

THOMSON, William T. *Teoria da Vibração com Aplicações*. Editora Interciência, (1978).

VAN HOUT, R.; SHEMER, L.; BARNEA, D. Evolution of hydrodynamic and statistical parameters of gas–liquid slug flow along inclined pipes. **Chemical Engineering Science**, v. 58, n. 1, p. 115–133, jan. 2003.

VAN HOUT, R.; SHEMER, L.; BARNEA, D. Spatial distribution of void fraction within a liquid slug and some other related slug parameters. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 18, n. 6, p. 831–845, 1992.

VIANA, Flavia.; PARDO, Raimundo.; YÁNEZ, Rodolfo.; TRALLERO, José L.; JOSEPH, Daniel D. Universal correlation for the rise velocity of long gas bubbles in round pipes. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 494, p. 379–398, 2003.

VIGNERON, F.; SARICA, C.; BRILL, J. Experimental analysis of imposed two-phase flow transients in horizontal pipe. 1995, Cannes, França: 1995. p. 199–217.

WALLIS, GB. **One Dimensional Two-Phase flow**. McGraw-Hil ed. New York: 1969.

WANG, Xin.; GUO, Liejin.; ZHANG, Ximin. Development of Liquid Slug Length in Gas-Liquid Slug Flow along Horizontal Pipeline: Experiment and Simulation. **Chinese Journal of Chemical Engineering**, v. 14, n. 50536020, p. 626–633, 2006.

ZHENG, G.; BRILL, JP.; TAITEL, Y. Slug flow behavior in a hilly terrain pipeline. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 20, n. 1, p. 63–79, 1994.